ТОМ 23, №2, 2023
eISSN 2687-1653
РЕЦЕНЗИРУЕМЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Механика / Mechanics

Машиностроение и машиноведение / Machine Buiding and Machine Science

Информатика, вычислительная техника и управление / Information Technology, Computer Science and Management



www.vestnik-donstu.ru
DOI 10.23947/2687-1653



Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Рецензируемый научно-практический журнал (издается с 2000 года)

eISSN 2687-1653
DOI: 10.23947/2687-1653

Том 23, № 2, 2023

Создан в целях информирования читательской аудитории о новейших достижениях и перспективах в области механики, машиностроения, информатики и вычислительной техники. Издание является форумом для сотрудничества российских и иностранных ученых, способствует сближению российского и мирового научно-информационного пространства.

Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим научным специальностям:

1.1.7 – Теоретическая механика, динамика машин (технические науки)
1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела (технические, физико-математические науки)
1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы (технические науки)
1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)
2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (технические науки)
2.3.3 – Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (технические науки)
2.3.5 – Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей (технические науки)
2.3.7 – Компьютерное моделирование и автоматизация проектирования (технические, физико-математические науки)
2.3.8 – Информатика и информационные процессы (технические науки)
2.5.2 – Машиноведение (технические науки)
2.5.3 – Трение и износ в машинах (технические науки)
2.5.5 – Технология и оборудование механической и физико-технической обработки (технические науки)
2.5.6 – Технология машиностроения (технические науки)
2.5.8 – Сварка, родственные процессы и технологии (технические науки)
2.5.9 – Методы и приборы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды (технические науки)
2.5.10 – Гидравлические машины, вакуумная, компрессорная техника, гидро- и пневмосистемы (технические науки)

Индексация и архивация:	РИНЦ, CyberLeninka, CrossRef, Dimensions, DOAJ, EBSCO, Index Copernicus, Internet Archive, Google Scholar
Наименование органа, зарегистрировавшего издание	Свидетельство о регистрации средства массовой информации ЭЛ № ФС 77 – 78854 от 07 августа 2020 г., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
Учредитель и издатель	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет» (ДГТУ)
Периодичность	4 выпуска в год
Адрес учредителя и издателя	344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
E-mail	vestnik@donstu.ru
Телефон	+7 (863) 2–738–372
Сайт	http://vestnik-donstu.ru/
Дата выхода в свет	30.06.2023



© Донской государственный технический университет, 2023



Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Peer-reviewed scientific and practical journal (published since 2000)

eISSN 2687-1653
DOI: 10.23947/2687-1653

Vol. 23, no. 2, 2023

The journal is aimed at informing the readership about the latest achievements and prospects in the field of mechanics, mechanical engineering, computer science and computer technology. The publication is a forum for cooperation between Russian and foreign scientists, it contributes to the convergence of the Russian and world scientific and information space.

The journal is included in the List of the leading peer-reviewed scientific publications (Higher Attestation Commission under the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation), where basic scientific results of dissertations for the degrees of Doctor and Candidate of Sciences in scientific specialties and their respective branches of science should be published.

The journal publishes articles in the following fields of science:
– Theoretical Mechanics, Dynamics of Machines (Engineering Sciences)
– Deformable Solid Mechanics (Engineering, Physical and Mathematical Sciences)
– Mechanics of Liquid, Gas and Plasma (Engineering Sciences)
– Mathematical Simulation, Numerical Methods and Program Systems (Engineering Sciences)
– System Analysis, Information Management and Processing, Statistics (Engineering Sciences)
– Automation and Control of Technological Processes and Productions (Engineering Sciences)
– Software and Mathematical Support of Machines, Complexes and Computer Networks (Engineering Sciences)
– Computer Modeling and Design Automation (Engineering, Physical and Mathematical Sciences)
– Computer Science and Information Processes (Engineering Sciences)
– Machine Science (Engineering Sciences)
– Machine Friction and Wear (Engineering Sciences)
– Technology and Equipment of Mechanical and Physicotechnical Processing (Engineering Sciences)
– Engineering Technology (Engineering Sciences)
– Welding, Allied Processes and Technologies (Engineering Sciences)
– Methods and Devices for Monitoring and Diagnostics of Materials, Products, Substances and the Natural Environment (Engineering Sciences)
– Hydraulic Machines, Vacuum, Compressor Equipment, Hydraulic and Pneumatic Systems (Engineering Sciences)

Indexing and archiving	RSCI, CyberLeninka, EBSCO, Dimensions, DOAJ, Index Copernicus, Internet Archive, Google Scholar
Name of the body that registered the publication	Mass media registration certificate ЭЛ № ФС 77 – 78854 dated August 07, 2020, issued by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media
Founder and publisher	Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Don State Technical University (DSTU)
Periodicity	4 issues per year
Address of the founder and publisher	1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation
E-mail	vestnik@donstu.ru
Telephone	+7 (863) 2–738–372
Website	http://vestnik-donstu.ru/
Date of publication	30.06.2023



© Don State Technical University, 2023

Редакционная коллегия
Главный редактор, *Бескопыльный Алексей Николаевич, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);*
заместитель главного редактора, *Сухинов Александр Иванович, член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);*
ответственный редактор, *Комахидзе Манана Гивиевна, кандидат химических наук, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);*
ответственный секретарь, *Шевченко Надежда Анатольевна, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);*

Айзикович Сергей Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Антибас Имад Ризакалла, кандидат технических наук, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Ахилан Аппатурай, младший научный сотрудник, Инженерно-технологический колледж PSN, Университет Анны Ченнаи (Индия);
Ахвердиев Камил Самед Оглы, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Варавка Валерий Николаевич, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Вернер Игорь Михайлович, доктор технических наук, профессор, Технологический институт в Израиле (Израиль);
Воронов Сергей Александрович, доктор технических наук, доцент, Российский фонд фундаментальных исследований (Москва, Российская Федерация);
Галушкин Николай Ефимович, доктор технических наук, профессор, Институт сферы обслуживания и предпринимательства, филиал ДГТУ (Шахты, Российская Федерация);
Лару Гиллеспи, доктор технических наук, профессор, Президент Общества машиностроителей (США);
Аныш Губерт, доктор наук, доцент, Варшавский технологический университет (Польша);
Басмачи Гюльтекин, доктор наук, профессор, Университет Бурдура Мехмета Акифа Эрсоя (Турция);
Дворников Олег Владимирович, доктор технических наук, профессор, Белорусский государственный университет (Беларусь);
Демехин Евгений Афанасьевич, доктор физико-математических наук, профессор, Краснодарский филиал Финансового университета при Правительстве РФ (Краснодар, Российская Федерация);
Хамид Абдулла Джалаб, доктор наук (информатика и ИТ), университет Малайя (Малайзия);
Егиазарян Карен Оникович, доктор технических наук, профессор, Технологический университет Тампере (Финляндия);
Еремеев Виктор Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор, Южный научный центр РАН (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Заковоротный Вилор Лаврентьевич, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Кавтарадзе Реваз Зурабович, доктор технических наук, профессор, Институт механики машин им. Р. Двали (Грузия);
Козубал Януш Виталис, доктор технических наук, профессор, Вроцлавский технический университет (Польша);
Хосе Карлос Куадрадо, доктор наук (электротехника и компьютеры), Политехнический институт Порту (Португалия);
Кудиш Илья Исидорович, доктор физико-математических наук, Университет Кеттеринга (США);
Кузнецов Гений Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, Томский политехнический университет (Томск, Российская Федерация);
Курейчик Виктор Михайлович, доктор технических наук, профессор, Южный федеральный университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Лысак Владимир Ильич, доктор технических наук, профессор, Волгоградский государственный технический университет (Волгоград, Российская Федерация);
Марчук Владимир Иванович, доктор технических наук, профессор, Институт сферы обслуживания и предпринимательства, филиал ДГТУ (Шахты, Российская Федерация);
Владимир Младенович, доктор технических наук, профессор, Крагуевацкий университет (Сербия);
Мукутадзе Мурман Александрович, доктор технических наук, доцент, Ростовский государственный университет путей сообщения (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Наседкин Андрей Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, Южный федеральный университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Натриашвили Тамаз Мамиевич, академик, Институт механики машин им. Р. Двали (Грузия);
Нгуен Донг Ань, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики Академии наук и технологий Вьетнама (Вьетнам);
Нгуен Суан Тьем, доктор технических наук, Вьетнамский государственный технический университет им. Ле Куй Дона (Вьетнам);
Паршин Сергей Георгиевич, доктор технических наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет (Санкт-Петербург, Российская Федерация);
Подмастерьев Константин Валентинович, доктор технических наук, профессор, Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева (Орел, Российская Федерация);
Поляков Роман Николаевич, доктор технических наук, доцент, Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева (Орел, Российская Федерация);
Попов Валентин Леонидович, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики Берлинского технического университета (Германия);
Прокопенко Николай Николаевич, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Рыбак Александр Тимофеевич, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Музафер Сарачевич, доктор наук, профессор, Университет Нови-Пазара (Сербия);
Саруханян Арестак Арамаисович, доктор технических наук, профессор, Национальный университет архитектуры и строительства Армении (Армения);
Сидоров Владимир Николаевич, доктор технических наук, Российский университет транспорта (Москва, Российская Федерация);
Соловьёв Аркадий Николаевич, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Сумбатян Межлум Альбертович, доктор физико-математических наук, профессор, Южный федеральный университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Тамаркин Михаил Аркадьевич, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Мурат Тезер, профессор, Ближневосточный университет (Турция);
Бертрам Торстен, доктор технических наук, профессор, Технический университет Дортмунда (Германия);
Турдиалиев Умид Мухтаралиевич, доктор технических наук, профессор, Андижанский машиностроительный институт (Узбекистан);
Ахмет Уюмаз, доктор технических наук, профессор, университет Бурдура Мехмета Акифа Эрсоя (Турция);
Али Маджид Хасан Алваэли, доктор наук (компьютерная инженерия), доцент, Университет Аль-Нахрейн (Ирак);
Цибулин Вячеслав Георгиевич, доктор физико-математических наук, доцент, Южный федеральный университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Чернышев Юрий Олегович, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация);
Хучан Ляо, профессор, научный сотрудник IAAM; Старший член Школы бизнеса IEEE, Университет Сычуань (Китай);
Языев Батыр Меретович, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону, Российская Федерация).

Editorial Board

Editor-in-Chief,* *Alexey N. Beskopylny, *Dr.Sci. (Eng.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);*

Deputy Chief Editor, *Alexandr I. Sukhinov, Corresponding Member, Russian Academy of Sciences, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);*

Executive Editor, *Manana G. Komakhidze, Cand.Sci. (Chemistry), Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);*

Executive Secretary, *Nadezhda A. Shevchenko, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);*

Sergey M. Aizikovich, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Kamil S. Akhverdiev, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Rostov State Transport University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Imad R. Antipas, Cand.Sci. (Eng.), Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Hubert Anysz, PhD (Eng.), Assistant Professor, Warsaw University of Technology (Republic of Poland);
Ahilan Appathurai, National Junior Research Fellow, Anna University Chennai (India);
Gultekin Basmaci, PhD (Eng.), Professor, Burdur Mehmet Akif Ersoy University (Turkey);
Yuri O. Chernyshev, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Evgenii A. Demekhin, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Financial University under the RF Government, Krasnodar branch (Krasnodar, Russian Federation);
Oleg V. Dvornikov, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Belarusian State University (Belarus);
Karen O. Egiazaryan, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Tampere University of Technology (Finland);
Victor A. Eremeev, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Southern Scientific Center of RAS (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Nikolay E. Galushkin, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Institute of Service and Business, DSTU branch (Shakhty, Russian Federation);
LaRoux K. Gillespie, Dr.Sci. (Eng.), Professor, President-Elect of the Society of Manufacturing Engineers (USA);
Ali M. Hasan, PhD (Computer Engineering), Al Nahrain University (Baghdad, Iraq);
Huchang Liao, Professor**,** IAAM Fellow, IEEE Business School Senior Fellow**,** Sichuan University (China);
Hamid A. Jalab, PhD (Computer Science & IT), University of Malaya (Malaysia);
Revaz Z. Kavtaradze, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Raphiel Dvali Institute of Machine Mechanics (Georgia);
Janusz Witalis Kozubal, Dr.Sci. (Eng.), Wroclaw Polytechnic University (Republic of Poland);
Ilya I. Kudish, PhD (Phys.-Math.), Kettering University (USA);
Victor M. Kureychik, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Southern Federal University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Geny V. Kuznetzov, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Tomsk Polytechnic University (Tomsk, Russian Federation);
Vladimir I. Lysak, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Volgograd State Technical University (Volgograd, Russian Federation);
Vladimir I. Marchuk, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Institute of Service and Business, DSTU branch (Shakhty, Russian Federation);
Vladimir M. Mladenovic, Dr.Sci. (Eng.), Professor, University of Kragujevac (Serbia);
Murman A. Mukutadze, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Rostov State Transport University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Andrey V. Nasedkin, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Southern Federal University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Tamaz M. Natriashvili, Academician, Raphiel Dvali Institute of Machine Mechanics (Georgia);
Nguyen Dong Ahn, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Academy of Sciences and Technologies of Vietnam (Vietnam);
Nguyen Xuan Chiem, Dr.Sci. (Eng.), Le Quy Don Technical University (Vietnam);
Sergey G. Parshin, Dr.Sci. (Eng.), Associate Professor, St. Petersburg Polytechnic University (St. Petersburg, Russian Federation);
Konstantin V. Podmaster'ev, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Orel State University named after I.S. Turgenev (Orel, Russian Federation);
Roman N. Polyakov, Dr.Sci. (Eng.), Associate Professor, Orel State University named after I.S. Turgenev (Orel, Russian Federation);
Valentin L. Popov, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Berlin University of Technology (Germany);
Nikolay N. Prokopenko, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
José Carlos Quadrado, PhD (Electrical Engineering and Computers), DSc Habil, Polytechnic Institute of Porto (Portugal);
Alexander T. Rybak, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Muzafer H. Saračević, Full Professor, Novi Pazar International University (Serbia);
Arestak A. Sarukhanyan, Dr.Sci. (Eng.), Professor, National University of Architecture and Construction of Armenia (Armenia);
Vladimir N. Sidorov, Dr.Sci. (Eng.), Russian University of Transport (Moscow, Russian Federation);
Arkady N. Solovyev, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Mezhlum A. Sumbatyan, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor, Southern Federal University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Mikhail A. Tamarkin, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Murat Tezer, Professor, Near East University (Turkey);
Bertram Torsten, Dr.Sci. (Eng.), Professor, TU Dortmund University (Germany);
Vyacheslav G. Tsybulin, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Southern Federal University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Umid M. Turdaliev, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Andijan Machine-Building Institute (Uzbekistan);
Ahmet Uyumaz, PhD (Eng.), Professor, Burdur Mehmet Akif Ersoy University (Turkey);
Valery N. Varavka, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Igor M. Verner, PhD (Eng.), Professor, Technion — Israel Institute of Technology (Israel);
Sergei A. Voronov, Dr.Sci. (Eng.), Associate Professor, Russian Foundation of Fundamental Research (Moscow, Russian Federation);
Batyr M. Yazyev, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation);
Vilor L. Zakovorotny, Dr.Sci. (Eng.), Professor, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation).

Содержание

Contents

МЕХАНИКА
MECHANICS





УДК 539.47

Научная статья

https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-113-120



Анализ напряженно-деформированного состояния цилиндра с переменными модулями упругости на основе трехмерных уравнений теории упругости

Д.Д. Исмайылова 

Гянджинский государственный университет, г. Гянджа, Азербайджан

✉ celaleismayilova@mail.ru

Аннотация

Введение. Функционально-градиентные материалы находят большое применение, т.к. неоднородность свойств позволяет управлять прочностью и жесткостью контрукций. Этим вызван большой интерес к данной теме в мировой научной литературе. Построение решения таких задач существенно зависит от типа граничных условий. В настоящей работе рассматривается равновесие тонкостенного кругового цилиндра, механические свойства которого заменяются вдоль радиуса. На цилиндрических поверхностях заданы однородные граничные условия, которые до этого не рассматривались, воздействие оказывается на торцах. Математическая постановка задачи осуществляется в линейной теории упругости в рамках осесимметричной деформации. В работе построены выражения для компонент напряженно-деформированного состояния цилиндра, в которых некоторые коэффициенты находятся из решения полученной системы линейных алгебраических уравнений.

Материалы и методы. Материал цилиндра является линейно упругим, модуль упругости которого линейно зависит от радиальной координаты. Основным методом исследования является ассимптотический метод, в котором в качестве малого параметра выступает половина логарифма отношения внешнего и внутреннего радиусов. Для построения характеристик напряженно-деформированного состояния цилиндра применены итерационные процессы.

Результаты исследования. Для линейно-упругого функционально-градиентного полого тонкостенного цилиндра получены однородные решения краевой задачи. Анализ этих решений позволяет раскрыть характер напряженно-деформированного состояния в стенке цилиндра. С этой целью проведен асимптотический анализ решений, получены соотношения для перемещений и напряжений. Установлено, что эти решения соответствуют пограничному слою, при этом их первые члены определяют краевой эффект Сен-Венана, аналогичный теории плит.

Обсуждение и заключение. Построенное с помощью асимптотического разложения аналитическое решение задачи о равновесии неоднородного по радиусу тонкостенного цилиндра может быть использовано для численного решения конкретной задачи. Для этого нужно решить полученные системы линейных алгебраических уравнений и определить соответствующие коэффициенты. Полученные асимптотические представления позволяют анализировать трехмерное напряженно-деформированное состояние. Выбор количества членов разложения позволяет рассчитать перемещения и напряжения с заданной степенью точности. Этот анализ может быть полезен при оценке адекватности прикладных методов расчета, применяемых в инженерной практике.

Ключевые слова: линейная теория упругости, функционально-градиентный материал, тонкостенный полый цилиндр, однородные решения, пограничный слой, вариационный принцип

Благодарности: авторы выражают благодарность редакции и рецензенту за внимательное отношение к статье и предложения, которые позволили повысить ее качество.

© Исмайылова Д.Д., 2023

Для цитирования. Исмайылова Д.Д. Анализ напряженно-деформированного состояния цилиндра с переменными модулями упругости на основе трехмерных уравнений теории упругости. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(2):113–120. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-113-120

Original article

Analysis of Stress-Strain State of a Cylinder with Variable Elasticity Moduli Based on Three-Dimensional Equations of Elasticity Theory

Jalala Ismayilova
Ganja State University, Ganja, Azerbaijan
celaleismayilova@mail.ru

Abstract
Introduction. Functionally graded materials are of great use, because heterogeneity of properties enables to control the strength and rigidity of structures. This has caused great interest in the topic in the world scientific literature. The construction of solutions to such problems depends significantly on the type of boundary conditions. In this paper, we consider the equilibrium of a thin-walled circular cylinder whose mechanical properties change along the radius. Homogeneous boundary conditions were set on cylindrical surfaces that had not been considered before, the effect was on the ends. The mathematical formulation of the problem was carried out in the linear theory of elasticity in the framework of axisymmetric deformation. Expressions were constructed for the components of the stress-strain state of the cylinder, in which some coefficients were found from the solution to the resulting system of linear algebraic equations.
Materials and Methods. The material of the cylinder was linearly elastic, the elastic modulus of which depended linearly on the radial coordinate. The basic research method was the asymptotic method, in which half the logarithm of the ratio of the outer and inner radii acted as a small parameter. Iterative processes were used to construct the characteristics of the stress-strain state of the cylinder.
Results. Homogeneous solutions to the boundary value problem were obtained for a linearly elastic functionally gradient hollow thin-walled cylinder. An analysis of these solutions made it possible to reveal the nature of the stress-strain state in the cylinder wall. For this purpose, an asymptotic analysis of the solutions was carried out, relations for displacements and stresses were obtained. It was determined that those solutions corresponded to the boundary layer, while their first terms determined Saint-Venant edge effect similar to the plate theory.
Discussion and Conclusion. The analytical solution to the equilibrium problem of a thin-walled cylinder inhomogeneous in radius constructed by asymptotic expansion can be used for numerical solution to a specific problem. For this, it is required to solve the obtained systems of linear algebraic equations and determine the corresponding coefficients. The resulting asymptotic representations provide analyzing the three-dimensional stress-strain state. The selection of the number of expansion terms makes it possible to calculate displacements and stresses with a given degree of accuracy. This analysis can be useful in assessing the adequacy of applied calculation methods used in engineering practice.

Keywords: linear theory of elasticity, functionally graded material, thin-walled hollow cylinder, homogeneous solutions, boundary layer, variational principle

Acknowledgements: the author would like to thank the editorial board and the reviewer for the attentive attitude to the article and the suggestions made that helped to improve its quality.

For citation. Ismayilova JJ. Analysis of Stress-Strain State of a Cylinder with Variable Elasticity Moduli Based on Three-Dimensional Equations of Elasticity Theory. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(2):113–120. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-113-120

Введение. Функционально-градиентные материалы находят широкое применение в различных конструкциях. Благодаря зависимости механических свойств от координат можно управлять напряженно-деформированным состоянием (НДС) деталей. Примером использования такой неоднородности может служить цилиндр, механические свойства которого зависят от радиуса. При этом интерес может представлять цилиндр как отдельная конструкция, так и являющийся подтелом составного тела, например, соединяющий две среды с сильно различающимися свойствами. При расчете НДС тонкостенного цилинда используются некоторые прикладные теории. При этом важно знать оценку их адекватности. Особенно в случае неоднородных свойств она может быть осуществлена с помощью компьютерного моделирования или асимптотического анализа на основе трехмерной постановки. Последним определяется актуальность настоящего исследования.

Изучению НДС полых цилиндрических тел в рамках линейной теории упругости посвящен ряд исследований. В [1, 2] на основе метода сплайн-коллокации и метода конечных элементов изучено механическое поведение радиально-неоднородного цилиндра в трехмерной постановке. В [3] изучено НДС цилиндра, свойства которого зависят от радиуса, нагруженного равномерным внутреннем давлением. В [4] проведено аналитическое исследование для функционально-градиентного пьезоэлектрического цилиндра. В [5] построено точное решение для радиально-неоднородного полого цилиндра с экспоненциальным модулем Юнга, постоянным коэффициентом Пуассона и степенным модулем Юнга. В [6, 7] с помощью метода прямого интегрирования получено аналитическое решение осесимметричной задачи термоупругости для сплошного цилиндра, когда коэффициент линейного теплового расширения является произвольной функцией от радиуса. В [8] разработана общая асимптотическая теория трансверсально-изотропного однородного полого цилиндра. Для трансверсально-изотропного однородного цилиндра получены новые группы решений. Приведено сравнение построенных решений с решениями, построенными с помощью прикладных методов расчета. В [9, 10] изучены некоторые краевые задачи теории упругости для функционально-градиентного изотропного и трансверсально-изотропного (плоскость изотропии перпендикулярна оси) цилиндра, в случае, когда модули упругости являются произвольными непрерывными функциями от радиуса цилиндра. В [11] проведен анализ задачи изгибной деформации для радиально-неоднородного цилиндра. Анализ этих работ показывает, что не для всех типов граничных условий на цилиндрических поверхностях имееются асимптотические представления решений.

В настоящей работе на основе асимптотического анализа трехмерных уравнений теории упругости изучаются особенности НДС тонкостенного цилиндра, свойства которого линейно меняются вдоль радиуса. При этом внутренняя граница закреплена в осевом направлении и свободна в радиальном направлении.

Достижение этой цели было получено с помощью нескольких шагов: асимптотическое интегрирование дифференциальных уравнений и построение однородных решений; вывод формул для компонент вектора перемещений и тензора напряжений; учет краевых условий на торцевых поверхностях.

Материалы и методы. Рассматривается радиально-неоднороднополый тонкостенный цилиндр $\Gamma = \left\{ r \in [r_1; r_2],\ \phi \in [0; 2\pi],\ z \in [-l_0; l_0] \right\}$ в цилиндрической системе координат r, ϕ, z с началом на его оси. Задача о его равновесии, в случае закрепления цилиндрических поверхностей вдоль оси и нулевых нормальных напряжений, решается в осесимметричной постановке при действии напряжений на его торцах.

Краевая задача состоит из уравнений равновесия [8]:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\phi\phi}}{r} = 0\,, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0, \tag{2}$$

где $\sigma_{rr}, \sigma_{rz}, \sigma_{\phi\phi}, \sigma_{zz}$ — компоненты тензора напряжений.

Определяющие соотношения [8]:

$$\sigma_{rr} = (2G + \lambda)\frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda\left(\frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right), \tag{3}$$

$$\sigma_{zz} = (2G + \lambda)\frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r}\right), \tag{4}$$

$$\sigma_{\phi\phi} = (2G + \lambda)\frac{u_r}{r} + \lambda\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right), \tag{5}$$

$$\sigma_{rz} = G\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right). \tag{6}$$

Здесь $u_r = u_r(r, z),\ u_z = u_z(r, z)$ — компоненты вектора перемещений.

Параметры Ламе изменяются по линейному закону вдоль радиуса:

$$G(r) = G_* r, \quad \lambda(r) = \lambda_* r, \tag{7}$$

где G_*, λ_* — константы.

После подстановки (3)–(7) в уравнения (1), (2) безразмерная система уравнений принимает вид:

$$(2G_0 + \lambda_0)\left(\frac{\partial^2 u_\rho}{\partial \rho^2} + \varepsilon\frac{\partial u_\rho}{\partial \rho}\right) + \varepsilon(G_0 + \lambda_0)e^{\varepsilon\rho}\frac{\partial^2 u_\xi}{\partial\rho\partial\xi} + \lambda_0\varepsilon^2 e^{\varepsilon\rho}\frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + G_0\varepsilon^2 e^{2\varepsilon\rho}\frac{\partial^2 u_\rho}{\partial \xi^2} - 2G_0\varepsilon^2 u_\rho = 0, \tag{8}$$

$$G_0\left(\frac{\partial^2 u_\xi}{\partial\rho^2}+\varepsilon\frac{\partial u_\xi}{\partial\rho}\right)+\left(2G_0+\lambda_0\right)\varepsilon^2\left(e^{2\varepsilon\rho}\frac{\partial^2 u_\xi}{\partial\xi^2}+e^{\varepsilon\rho}\frac{\partial u_\rho}{\partial\xi}\right)+\left(G_0+\lambda_0\right)\varepsilon e^{\varepsilon\rho}\frac{\partial^2 u_\rho}{\partial\rho\partial\xi}=0. \quad (9)$$

Здесь:

$\rho=\frac{1}{\varepsilon}\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)$, $\xi=\frac{z}{r_0}$ — новые безразмерные координаты; $\varepsilon=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$ — малый параметр в случае тонкостенности; $r_0=\sqrt{r_1r_2}$, $\rho\in[-1;1]$, $\xi\in[-l;l]$, $l=\frac{l_0}{r_0}$; $u_\rho=\frac{u_r}{r_0}$, $u_\xi=\frac{u_z}{r_0}$, $\lambda_0=\frac{\lambda_* r_0}{G_1}$, $G_0=\frac{G_* r_0}{G_1}$; G_1 — некоторый параметр, имеющий размерность напряжения.

Рассмотрим задачу, в которой на боковых поверхностях цилиндра заданы однородные граничные условия:

$$u_\xi\big|_{\rho=\pm1}=0, \quad (10)$$

$$\sigma_{\rho\rho}\big|_{\rho=\pm1}=0. \quad (11)$$

К торцам цилиндра приложены напряжения:

$$\sigma_{\rho\xi}\big|_{\xi=\pm l}=t_{1s}(\rho), \quad (12)$$

$$\sigma_{\xi\xi}\big|_{\xi=\pm l}=t_{2s}(\rho), \quad (13)$$

$(s=1;2)$.

$\sigma_{\rho\rho}=\frac{\sigma_{rr}}{G_1}$, $\sigma_{\rho\xi}=\frac{\sigma_{rz}}{G_1}$, $\sigma_{\xi\xi}=\frac{\sigma_{zz}}{G_1}$ — безразмерные напряжения.

Компоненты вектора напряжений $t_{1s}(\rho), t_{2s}(\rho)$, $(s=1;2)$ удовлетворяют условиям равновесия.

Для построения однородных решениий компоненты вектора смещений будем искать в виде:

$$u_\rho(\rho;\xi)=u(\rho)e^{\alpha\xi},\quad u_\xi(\rho;\xi)=w(\rho)e^{\alpha\xi}. \quad (14)$$

Подставляя представления (14) в систему (8)–(11), получим:

$$\left(2G_0+\lambda_0\right)\left(u''(\rho)+\varepsilon u'(\rho)\right)+\varepsilon\alpha e^{\varepsilon\rho}\left(\left(G_0+\lambda_0\right)w'(\rho)+\lambda_0\varepsilon w(\rho)\right)+\varepsilon^2G_0\left(\alpha^2e^{2\varepsilon\rho}-2\right)u(\rho)=0, \quad (15)$$

$$G_0\left(w''(\rho)+\varepsilon w'(\rho)\right)+\left(2G_0+\lambda_0\right)\varepsilon^2\left(\alpha e^{\varepsilon\rho}u(\rho)+\alpha^2e^{2\varepsilon\rho}w(\rho)\right)+\varepsilon\left(G_0+\lambda_0\right)\alpha e^{\varepsilon\rho}u'(\rho)=0, \quad (16)$$

$$w\big|_{\rho=\pm1}=0, \quad (17)$$

$$\left[\left(2G_0+\lambda_0\right)u'(\rho)+\varepsilon\lambda_0\left(u(\rho)+\alpha e^{\varepsilon\rho}w(\rho)\right)\right]\Big|_{\rho=\pm1}=0. \quad (18)$$

Исследуем краевые задачи (15)–(18) при $\varepsilon\to0$. Для решения (15)–(18) при $\varepsilon\to0$ воспользуемся асимптотическом методом [9–13].

Ненулевые решения (15)–(18) соответствуют третьему итерационному процессу, компоненты вектора смещений будем искать в виде разложений по малому параметру:

$$\begin{cases} u^{(3)}(\rho)=\varepsilon\left(u_{30}(\rho)+\varepsilon u_{31}(\rho)+\cdots\right),\\ w^{(3)}(\rho)=\varepsilon\left(w_{30}(\rho)+\varepsilon w_{31}(\rho)+\cdots\right),\\ \alpha=\varepsilon^{-1}\left(\beta_0+\varepsilon\beta_1+\cdots\right). \end{cases} \quad (19)$$

После подстановки разложений (19) в уравнения (15)–(18) для членов первого порядка имеем:

$$\left(2G_0+\lambda_0\right)u_{30}''(\rho)+\beta_0\left(G_0+\lambda_0\right)w_{30}'(\rho)+G_0\beta_0^2u_{30}(\rho)=0, \quad (20)$$

$$G_0w_{30}''(\rho)+\beta_0\left(G_0+\lambda_0\right)u_{30}'(\rho)+\left(2G_0+\lambda_0\right)\beta_0^2w_{30}(\rho)=0, \quad (21)$$

$$w_{30}(\rho)\big|_{\rho=\pm1}=0, \quad (22)$$

$$\left(\left(2G_0+\lambda_0\right)u_{30}'(\rho)+\lambda_0\beta_0w_{30}(\rho)\right)\Big|_{\rho=\pm1}=0. \quad (23)$$

Следуя [13], спектральная задача (20)–(23) соответствует потенциальному решению для плиты.

Таким образом решения представляются в виде:

$$\text{а)}\ u_\rho^{(3;1)}(\rho;\xi)=\varepsilon\sum_{k=1}^{\infty}T_k\left(-2G_0\beta_{0k}^2\sin\beta_{0k}\sin\left(\beta_{0k}\rho\right)+O(\varepsilon)\right)\times\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\left(\beta_{0k}+\varepsilon\beta_{1k}+\cdots\right)\xi\right), \quad (24)$$

http://vestnik-donstu.ru

$$u_{\xi}^{(3;1)}(\rho;\xi)=\varepsilon\sum_{k=1}^{\infty}T_k\left(2G_0\beta_{0k}^2\sin\beta_{0k}\cos(\beta_{0k}\rho)+O(\varepsilon)\right)\times\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0k}+\varepsilon\beta_{1k}+\cdots)\xi\right). \quad (25)$$

Здесь β_{0k} является решением уравнения:

$$\cos\beta_{0k}=0. \quad (26)$$

Напряжения, соответствующие решениям (24) и (25), имеют вид:

$$\sigma_{\rho\rho}^{(3;1)}=\sum_{k=1}^{\infty}T_k\left(-4G_0^2\beta_{0k}^3\sin\beta_{0k}\cos(\beta_{0k}\rho)+O(\varepsilon)\right)\times\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0k}+\varepsilon\beta_{1k}+\cdots)\xi\right), \quad (27)$$

$$\sigma_{\rho\xi}^{(3;1)}=\sum_{k=1}^{\infty}T_k\left(-4G_0^2\beta_{0k}^3\sin\beta_{0k}\sin(\beta_{0k}\rho)+O(\varepsilon)\right)\times\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0k}+\varepsilon\beta_{1k}+\cdots)\xi\right), \quad (28)$$

$$\sigma_{\xi\xi}^{(3;1)}=\sum_{k=1}^{\infty}T_k\left(4G_0^2\beta_{0k}^3\sin\beta_{0k}\cos(\beta_{0k}\rho)+O(\varepsilon)\right)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0k}+\varepsilon\beta_{1k}+\cdots)\xi\right), \quad (29)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^{(3;1)}=O(\varepsilon). \quad (30)$$

b) $$u_{\rho}^{(3;2)}(\rho;\xi)=\varepsilon\sum_{i=1}^{\infty}F_i\left(2G_0\beta_{0i}^2\cos\beta_{0i}\cos(\beta_{0i}\rho)+O(\varepsilon)\right)\times\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i}+\varepsilon\beta_{1i}+\cdots)\xi\right), \quad (31)$$

$$u_{\xi}^{(3;2)}(\rho;\xi)=\varepsilon\sum_{i=1}^{\infty}F_i\left(2G_0\beta_{0i}^2\cos\beta_{0i}\sin(\beta_{0i}\rho)+O(\varepsilon)\right)\times\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i}+\varepsilon\beta_{1i}+\cdots)\xi\right). \quad (32)$$

Здесь β_{0k} является решением уравнения:

$$\sin\beta_{0i}=0. \quad (33)$$

Напряжения, соответствующие решениям (31) и (32), имеют вид:

$$\sigma_{\rho\rho}^{(3;2)}=\sum_{i=1}^{\infty}F_i\left(-4G_0^2\beta_{0i}^3\cos\beta_{0i}\sin(\beta_{0i}\rho)+O(\varepsilon)\right)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i}+\varepsilon\beta_{1i}+\cdots)\xi\right), \quad (34)$$

$$\sigma_{\rho\xi}^{(3;2)}=\sum_{i=1}^{\infty}F_i\left(4G_0^2\beta_{0i}^3\cos\beta_{0i}\cos(\beta_{0i}\rho)+O(\varepsilon)\right)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i}+\varepsilon\beta_{1i}+\cdots)\xi\right), \quad (35)$$

$$\sigma_{\xi\xi}^{(3;2)}=\sum_{i=1}^{\infty}F_i\left(4G_0^2\beta_{0i}^3\cos\beta_{0i}\sin(\beta_{0i}\rho)+O(\varepsilon)\right)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i}+\varepsilon\beta_{1i}+\cdots)\xi\right), \quad (36)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^{(3;2)}=O(\varepsilon). \quad (37)$$

Общее решение (15)–(18) будет суперпозицией решений (24), (25), (31), (32):

$$u_{\rho}(\rho;\xi)=\varepsilon\sum_{k=1}^{\infty}T_k\left(-2G_0\beta_{0k}^2\sin\beta_{0k}\sin(\beta_{0k}\rho)+O(\varepsilon)\right)\times$$
$$\times\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0k}+\varepsilon\beta_{1k}+\cdots)\xi\right)+\varepsilon\sum_{i=1}^{\infty}F_i\left(2G_0\beta_{0i}^2\cos\beta_{0i}\cos(\beta_{0i}\rho)+O(\varepsilon)\right)\times\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i}+\varepsilon\beta_{1i}+\cdots)\xi\right), \quad (38)$$

$$u_{\xi}(\rho;\xi)=\varepsilon\sum_{k=1}^{\infty}T_k\left(2G_0\beta_{0k}^2\sin\beta_{0k}\cos(\beta_{0k}\rho)+O(\varepsilon)\right)\times$$
$$\times\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0k}+\varepsilon\beta_{1k}+\cdots)\xi\right)+\varepsilon\sum_{i=1}^{\infty}F_i\left(2G_0\beta_{0i}^2\cos\beta_{0i}\sin(\beta_{0i}\rho)+O(\varepsilon)\right)\times\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i}+\varepsilon\beta_{1i}+\cdots)\xi\right). \quad (39)$$

Решения (24), (25), (31), (32) имеют характер пограничного слоя. При удалении от торцов решения (24), (25), (31), (32) экспоненциально убывают.

Чтобы определить константы T_k, F_i, воспользуемся вариационным принципом Лагранжа. Вариационный принцип принимает вид [8]:

$$\sum_{s=1}^{2}\int_{-1}^{1}\left[\left(\sigma_{\rho\xi}-t_{1s}\right)\delta u_{\rho}+\left(\sigma_{\xi\xi}-t_{2s}\right)\delta u_{\xi}\right]\Big|_{\xi=\pm l}e^{2\varepsilon\rho}d\rho=0. \quad (40)$$

Подставляя (24–36) в (40), имеем:

$$\sum_{k=1}^{\infty}M_{jk}T_{k0}=p_{0j}^{(1)}, \quad (41)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty}Q_{ji}F_{i0}=p_{0j}^{(2)}. \quad (42)$$

Здесь:

$$M_{jk}=16G_0^3\beta_{0j}^2\beta_{0k}^3\left(\beta_{0j}-\beta_{0k}\right)^{-1}\sin\beta_{0k}\sin\beta_{0j}\sin\left(\beta_{0j}-\beta_{0k}\right)\times\left(\exp\left(-\frac{\left(\beta_{0k}+\beta_{0j}\right)l}{\varepsilon}\right)+\exp\left(\frac{\left(\beta_{0k}+\beta_{0j}\right)l}{\varepsilon}\right)\right),\ (npu\ \ j\neq k)$$

$$M_{jj}=16G_0^3\beta_{0j}^5\sin^2\beta_{0j}\left(\exp\left(-\frac{2\beta_{0j}l}{\varepsilon}\right)+\exp\left(\frac{2\beta_{0j}l}{\varepsilon}\right)\right),\ (npu\ \ j=k)$$

$$p_{0j}^{(1)}=2G\beta_{0j}^2\sin\beta_{0j}\left[\int_{-1}^{1}\left(t_{21}(\rho)\cos\left(\beta_{0j}\rho\right)-t_{11}(\rho)\sin\left(\beta_{0j}\rho\right)\right)d\rho\cdot\exp\left(-\frac{\beta_{0j}l}{\varepsilon}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_{-1}^{1}\left(t_{22}(\rho)\cos\left(\beta_{0j}\rho\right)-t_{12}(\rho)\sin\left(\beta_{0j}\rho\right)\right)d\rho\cdot\exp\left(\frac{\beta_{0j}l}{\varepsilon}\right)\right],$$

$$Q_{ji}=16G_0^3\beta_{0j}^2\beta_{0i}^3\left(\beta_{0j}-\beta_{0i}\right)^{-1}\cos\beta_{0j}\cos\beta_{0i}\sin\left(\beta_{0j}-\beta_{0i}\right)\left(\exp\left(-\frac{\left(\beta_{0i}+\beta_{0j}\right)l}{\varepsilon}\right)+\exp\left(\frac{\left(\beta_{0i}+\beta_{0j}\right)l}{\varepsilon}\right)\right),\ (npu\ \ i\neq j)$$

$$Q_{jj}=16G_0^3\beta_{0j}^5\cos^2\beta_{0j}\left(\exp\left(-\frac{2\beta_{0j}l}{\varepsilon}\right)+\exp\left(\frac{2\beta_{0j}l}{\varepsilon}\right)\right),\ (npu\ \ i=j)$$

$$p_{0j}^{(2)}=2G_0\beta_{0j}^2\cos\beta_{0j}\left[\int_{-1}^{1}\left(t_{11}(\rho)\cos\left(\beta_{0j}\rho\right)+t_{21}(\rho)\sin\left(\beta_{0j}\rho\right)\right)d\rho\cdot\exp\left(-\frac{\beta_{0j}l}{\varepsilon}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_{-1}^{1}\left(t_{12}(\rho)\cos\left(\beta_{0j}\rho\right)+t_{22}(\rho)\sin\left(\beta_{0j}\rho\right)\right)d\rho\cdot\exp\left(\frac{\beta_{0j}l}{\varepsilon}\right)\right],$$

$$T_k=T_{k0}+\varepsilon T_{k1}+\cdots,$$
$$F_i=F_{i0}+\varepsilon F_{i1}+\cdots.$$

Постоянные T_{kp},F_{ip} $(p=1,2,\ldots)$ находятся из систем линейных алгебраических уравнений (41), (42), аналогичные которым изучены в [13].

Результаты исследований. В работе в осесимметричной постановке рассмотрено решение задачи линейной теории упругости для функционально-градиентного полого тонкостенного цилиндра, свойства которого изменяются по толщине по линейному закону. На боковых поверхностях цилиндра заданы однородные перекрестные граничные условия, на торцах задан вектор напряжений. Построенные однородные решения удовлетворяют граничным условиям на цилиндрических поверхностях. Для их построения использован асимптотический подход на основе раздожения по малому параметру, характеризующему относительную толщину цилиндра. Для учета неоднородных граничных условий на торцах получены системы линейных алгебраических уравнений, аналогичные изученым в литературе. Показано, что построенные решения НДС имеют погранслойный характер, который соответствует краевому эффекту, аналогичному теории неоднородных плит, носящему имя Сен-Венана.

Обсуждение и заключение. Обычно при изучении НДС тонкостенных конструкций строятся прикладные методы расчета, снижающие размерность задачи. В этой связи актуальной является задача определения диапазона геометрических и механических параметров, в которых эти методы дают приемлемую точность. Построенные в работе на основе асимптотического анализа решения трехмерных уравнений позволяют оценить адекватность таких прикладных теорий с заданным наперед порогом точности. Кроме того, эти решения могут найти применение при оценке численных решений задач для конструкций с функционально-градиентными материалами.

Список литературы

1. Grigorenko A.Ya., Yaremchenko S.N. Analysis of the Stress-Strain State of Inhomogeneous Hollow Cylinders. *International Applied Mechanics.* 2016;52(4):342–349. https://doi.org/10.1007/s10778-016-0757-3

2. Grigorenko A.Ya., Yaremchenko S.N. Three-Dimensional Analysis of the Stress-Strain State of Inhomogeneous Hollow Cylinders Using Various Approaches. *International Applied Mechanics*. 2019;55(5):487–494. https://doi.org/10.1007/s10778-019-00970-2

3. Tutuncu N., Temel B. A Novel Approach to Stress Analysis of Pressurized FGM Cylinders, Disks and Spheres. *Composite Structures*. 2009;91(3):385–390. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.06.009

http://vestnik-donstu.ru

4. Hong-Liang Dai, Li Hong, Yi-Ming Fu, et al. Analytical Solution for Electromagnetothermoelastic Behaviors of a Functionally Graded Piezoelectric Hollow Cylinder. *Applied Mathematical Modelling*. 2010;34(2):343–357. https://doi.org/10.1016/j.apm.2009.04.008

5. Theotokoglou E.E., Stampouloglou I.H. The Radially Nonhomogeneous Elastic Axisymmentric Problem. *International Journal of Solids and Structures*. 2008;45(25–26):6535–6552. https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2008.08.011

6. Tokovyy Yu., Chyzh A., Chien-Ching Ma. *Axisymmetric Thermal Stresses in a Radially-Inhomogeneous Elastic Cylinder Subjected to with-Respect-to-Length Varying Thermal Loadings*. In: Proc. 11th Int. Congress on Thermal Stresses. Palermo: Poguro edizioni; 2016. P. 263–266.

7. Tokovyy Yu., Chien-Ching Ma. Elastic Analysis of Inhomogeneous Solids: History and Development in brief. *Journal of Mechanics*. 2019;35(5):613–626. https://doi.org/10.1017/jmech.2018.57

8. Mekhtiev M.F. *Asymptotic Analysis of Spatial Problems in Elasticity*. Singapore: Springer; 2019. 241 p. URL: https://link.springer.com/book/10.1007/978-981-13-3062-9 (accessed: 10.02.2023).

9. Akhmedov N.K. Axisymmetric Problem of the Elasticity Theory for the Radially Inhomogeneous Cylinder with a Fixed Lateral Surface. *Applied and Computational Mechanics*. 2021;7(2):599–610.

10. Ахмедов Н.К., Акперова С.Б. Асимптотический анализ трехмерной задачи теории упругости для радиально-неоднородного трансверсально-изотропного полого цилиндра. *Известия РАН. Механика твердого тела*. 2011;4:170–180. URL: https://mtt.ipmnet.ru/ru/Issues/2011/4/170 (дата обращения: 10.20.2023).

11. Akhmedov N.K., Akbarova S.B. Behavior of Solution of the Elasticity Problem for a Radial Inhomogeneous Cylinder with Small Thickness. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies Applied Mechanics*. 2021;6/7(114):29–42. https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.247500

12. Akhmedov N.K., Sofiyev A.H. Asymptotic Analysis of Three-Dimensional Problem of Elasticity Theory for Radially Inhomogeneous Transversally-Isotropic Thin Hollow Spheres. *Thin-Walled Structures*. 2019;139:232–241. https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.03.022

13. Устинов Ю.А. *Математическая теория поперечно-неоднородных плит.* Ростов-на Дону: ООО «ЦВВР»; 2006. 257 с.

References

1. Grigorenko AYa, Yaremchenko SN. Analysis of the Stress-Strain State of Inhomogeneous Hollow Cylinders. *International Applied Mechanics*. 2016;52(4):342–349. https://doi.org/10.1007/s10778-016-0757-3

2. Grigorenko AYa, Yaremchenko SN. Three-Dimensional Analysis of the Stress-Strain State of Inhomogeneous Hollow Cylinders Using Various Approaches. *International Applied Mechanics*. 2019;55(5):487–494. https://doi.org/10.1007/s10778-019-00970-2

3. Tutuncu N, Temel B. A Novel Approach to Stress Analysis of Pressurized FGM Cylinders, Disks and Spheres. *Composite Structures*. 2009;91(3):385–390. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.06.009

4. Hong-Liang Dai, Li Hong, Yi-Ming Fu, et al. Analytical Solution for Electromagnetothermoelastic Behaviors of a Functionally Graded Piezoelectric Hollow Cylinder. *Applied Mathematical Modelling*. 2010;34(2):343–357. https://doi.org/10.1016/j.apm.2009.04.008

5. Theotokoglou EE, Stampouloglou IH. The Radially Nonhomogeneous Elastic Axisymmentric Problem. *International Journal of Solids and Structures*. 2008;45(25–26):6535–6552. https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2008.08.011

6. Tokovyy Yu, Chyzh A, Chien-Ching Ma. *Axisymmetric Thermal Stresses in a Radially-Inhomogeneous Elastic Cylinder Subjected to with-Respect-to-Length Varying Thermal Loadings*. In: Proc. 11th Int. Congress on Thermal Stresses. Palermo: Poguro edizioni; 2016. P. 263–266.

7. Tokovyy Yu, Chien-Ching Ma. Elastic Analysis of Inhomogeneous Solids: History and Development in brief. *Journal of Mechanics*. 2019;35(5):613–626. https://doi.org/10.1017/jmech.2018.57

8. Mekhtiev MF. *Asymptotic Analysis of Spatial Problems in Elasticity*. Singapore: Springer; 2019. 241 p. URL: https://link.springer.com/book/10.1007/978-981-13-3062-9 (accessed: 10.02.2023).

9. Akhmedov NK. Axisymmetric Problem of the Elasticity Theory for the Radially Inhomogeneous Cylinder with a Fixed Lateral Surface. *Applied and Computational Mechanics*. 2021;7(2):599–610.

10. Akhmedov NK, Akperova SB. Asymptotic Analysis of a 3D Elasticity Problem for a Radially Inhomogeneous Transversally Isotropic Hollow Cylinder. *Mechanics of Solids*. 2011;4:170–180. URL: https://mtt.ipmnet.ru/ru/Issues/2011/4/170 (accessed: 10.20.2023).

11. Akhmedov NK, Akbarova SB. Behavior of Solution of the Elasticity Problem for a Radial Inhomogeneous Cylinder with Small Thickness. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies Applied Mechanics*. 2021;6/7(114):29–42. https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.247500

12. Akhmedov NK, Sofiyev AH. Asymptotic Analysis of Three-Dimensional Problem of Elasticity Theory for Radially Inhomogeneous Transversally-Isotropic Thin Hollow Spheres. *Thin-Walled Structures*. 2019;139:232–241. https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.03.022

13. Ustinov YuA. *Matematicheskaya teoriya poperechno-neodnorodnykh plit*. Rostov-on-Don: OOO «TSVVR»; 2006. 257 p. (In Russ.)

Поступила в редакцию 01.03.2023
Поступила после рецензирования 23.03.2023
Принята к публикации 27.03.2023

Об авторе:

Джалала Джамшид кызы Исмайылова, докторант кафедры общих технических наук и технологий Гянджинского государственного университета (AZ2003, Азербайджан, г. Гянджа, ул. Гейдар Алиев, 187), ORCID, celaleismayilova@mail.ru

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

Received 01.03.2023
Revised 23.03.2023
Accepted 27.03.2023

About the Author:

Jalala Ismayilova, Postdoctoral student of the Department of General Engineering Disciplines and Technologies, Ganja State University (187, Khatai St., Ganja, AZ2003, Azerbaijan), ORCID, celaleismayilova@mail.ru

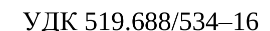
Conflict of interest statement: the author does not have any conflict of interest.

The author has read and approved the final manuscript.

МЕХАНИКА
MECHANICS




УДК 519.688/534–16
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-121-129



Научная статья



Реализация базовых операций для разреженных матриц при решении обобщенной задачи на собственные значения в комплексе ACELAN-COMPOS



П.А. Оганесян ✉, О.О. Штейн
Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
✉ poganesyan@sfedu.ru



Аннотация
Введение. Широкое использование пьезоматериалов в различных отраслях стимулирует изучение их физических характеристик и обусловливает актуальность таких изысканий. В рассматриваемом случае модальный анализ позволяет определить рабочую частоту и коэффициент электромеханической связи пьезоэлементов различных устройств. Эти индикаторы представляют серьезный теоретический и прикладной интерес. Цель исследования — разработка численных методов для решения задачи определения частот резонанса в системе упругих тел. Для достижения цели нужны новые подходы к дискретизации задачи на основе метода конечных элементов и выполнение программной реализации выбранного метода на языке C# на платформе .net. Актуальные решения созданы в контексте библиотеки классов комплекса ACELAN-COMPOS. Основанные на обращении матриц известные методы решения обобщенной задачи на собственные значения неприменимы к матрицам большой размерности. Для преодоления этого ограничения в представленной научной работе реализована логика построения матриц масс и созданы программные интерфейсы для обмена данными о задачах на собственные значения с модулями пре- и постпроцессинга.

Материалы и методы. Для реализации численных методов задействовали платформу .net и язык программирования C#. Валидация результатов исследования проводилась путем сравнения найденных значений с решениями, полученными в известных CAE-пакетах (англ. computer-aided engineering — компьютеризированная инженерия). Созданные подпрограммы оценивались с точки зрения производительности и применимости для задач большой размерности. Проводились численные эксперименты с целью валидации новых алгоритмов в задачах малой размерности, которые решаются известными методами в MATLAB. Далее подход тестировали на задачах с большим числом неизвестных и с учетом распараллеливания отдельных операций. Чтобы избежать нахождения обратной матрицы, программно реализовали модифицированный метод Ланцоша. Рассмотрели форматы хранения матриц в оперативной памяти: триплеты, CSR, CSC, SKyline. Для решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) задействовали итерационный симметричный метод LQ, адаптированный к этим форматам хранения.

Результаты исследования. Разработаны новые расчетные модули, интегрированные в библиотеку классов комплекса ACELAN-COMPOS. Проведены расчеты для определения применимости различных форматов хранения разреженных матриц в оперативной памяти и различных методов реализации операций с разреженными матрицами. Графически визуализирована структура матриц жесткости, построенных для одной и той же задачи, но с различной перенумерацией узлов конечноэлементной сетки. Применительно к задаче теории электроупругости обобщены и представлены в виде таблицы данные о времени, необходимом на выполнение базовых операций с матрицами жесткости в различных форматах хранения. Установлено, что перенумерация узлов сетки дает существенный прирост производительности даже без изменения внутренней структуры матрицы в памяти. С учетом поставленных задач исследования названы преимущества и слабые стороны известных форматов хранения матриц. Так, CSR оптимален при умножении матрицы на вектор, SKS — при обращении матрицы. В задачах с числом неизвестных порядка 10^3 выигрывают в скорости итерационные методы решения обобщенной задачи на собственные значения. Оценивалась производительность программной реализации метода Ланцоша. Измерялся вклад всех операций в общее время решения. Выяснилось, что операция решения СЛАУ

© Оганесян П.А., Штейн О.О., 2023

занимает до 95 % от общего времени работы алгоритма. При решении СЛАУ симметричным методом LQ наибольшие вычислительные затраты нужны для умножения матрицы на вектор. Для увеличения производительности алгоритма прибегли к распараллеливанию с общей памятью. При использовании восьми потоков производительность выросла на 40–50 %.

Обсуждение и заключение. Полученные в рамках научной работы программные модули были внедрены в пакет ACELAN-COMPOS. Оценена их производительность для модельных задач с квазирегулярными конечноэлементными сетками. С учетом особенностей структур матриц жесткости и масс, получаемых при решении обобщенной задачи на собственные значения для электроупругого тела, определены предпочтительные методы для их обработки.

Ключевые слова: пьезоматериалы, метод конечных элементов, разреженные матрицы, обобщенная задача на собственные значения, метод Ланцоша, подпространство Крылова, модуль препроцессинга, модуль постпроцессинга, триплеты, координатный формат хранения, сжатый разреженный ряд, CSR, сжатый разреженный столбец, CSC, SKyline

Благодарности: авторы выражают благодарность А.Н. Соловьеву и Т.С. Мартыновой за помощь в разработке численных методов и Российскому научному фонду за финансовую поддержку исследования грантом № 22–21–00318, https://rscf.ru/project/22-21-00318

Для цитирования. Оганесян П.А., Штейн О.О. Реализация базовых операций для разреженных матриц в контексте решения обобщенной задачи на собственные значения в комплексе ACELAN-COMPOS. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2):121–129. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-121-129

Original article

Implementation of Basic Operations for Sparse Matrices when Solving a Generalized Eigenvalue Problem in the ACELAN-COMPOS Complex

Pavel A. Oganesyan ✉, **Olga O. Shtein**
Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Abstract

Introduction. The widespread use of piezoelectric materials in various industries stimulates the study of their physical characteristics and determines the urgency of such research. In this case, modal analysis makes it possible to determine the operating frequency and the coefficient of electromechanical coupling of piezoelectric elements of various devices. These indicators are of serious theoretical and applied interest. The study was aimed at the development of numerical methods for solving the problem of determining resonance frequencies in a system of elastic bodies. To achieve this goal, we needed new approaches to the discretization of the problem based on the finite element method and the execution of the software implementation of the selected method in C# on the .net platform. Current solutions were created in the context of the ACELAN-COMPOS class library. The known methods of solving the generalized eigenvalue problem based on matrix inversion are not applicable to large-dimensional matrices. To overcome this limitation, the presented scientific work implemented the logic of constructing mass matrices and created software interfaces for exchanging data on eigenvalue problems with pre- and postprocessing modules.

Materials and Methods. A platform was used to implement numerical methods .net and the C# programming language. Validation of the research results was carried out through comparing the values found with solutions obtained in well-known SAE packages (computer-aided engineering). The created routines were evaluated in terms of performance and applicability for large-scale tasks. Numerical experiments were carried out to validate new algorithms in small-dimensional problems that were solved by known methods in MATLAB. Next, the approach was tested on tasks with a large number of unknowns and taking into account the parallelization of individual operations. To avoid finding the inverse matrix, a modified Lanczos method was programmatically implemented. We examined the formats for storing matrices in RAM: triplets, CSR, CSC, Skyline. To solve a system of linear algebraic equations (SLAE), an iterative symmetric LQ method adapted to these storage formats was used.

Results. New calculation modules integrated into the class library of the ACELAN-COMPOS complex were developed. Calculations were carried out to determine the applicability of various formats for storing sparse matrices in RAM and various methods for implementing operations with sparse matrices. The structure of stiffness matrices constructed for the same task, but with different renumbering of nodes of a finite element grid, was graphically visualized. In relation to the problem of the theory of electroelasticity, data on the time required to perform basic operations with stiffness matrices in various storage formats were summarized and presented in the form of a table. It has been established that the renumbering

http://vestnik-donstu.ru

of grid nodes gives a significant increase in performance even without changing the internal structure of the matrix in memory. Taking into account the objectives of the study, the advantages and weaknesses of known matrix storage formats were named. Thus, CSR was optimal when multiplying a matrix by a vector, SKS was optimal when inverting a matrix. In problems with the number of unknowns of the order of 10^3, iterative methods for solving a generalized eigenvalue problem won in speed. The performance of the software implementation of the Lanczos method was evaluated. The contribution of all operations to the total solution time was measured. It has been found that the operation of solving SLAE takes up to 95% of the total time of the algorithm. When solving the SLAE by symmetric LQ method, the greatest computational costs were needed to multiply the matrix by a vector. To increase the performance of the algorithm, parallelization with shared memory was resorted to. When using eight threads, the performance gain increased by 40–50%.

Discussion and Conclusion. The software modules obtained as part of the scientific work were implemented in the ACELAN-COMPOS package. Their performance for model problems with quasi-regular finite element grids was estimated. Taking into account the features of the structures of the stiffness and mass matrices obtained through solving the generalized eigenvalue problem for an electroelastic body, the preferred methods for their processing were determined.

Keywords: piezoelectric materials, finite element method, sparse matrices, generalized eigenvalue problem, Lanczos method, Krylov subspace, preprocessing module, postprocessing module, triplets, coordinate storage format, compressed sparse row, CSR, compressed sparse column, CSC, Skyline

Acknowledgements: the authors would like to thank AN Solovyov and TS Martynova for their assistance in the development of numerical methods. Thanks are extended to the Russian Scientific Foundation for financial support of the research with grant no. 22–21–00318, https://rscf.ru/project/22-21-00318

For citation. Oganesyan PA, Shtein OO. Implementation of Basic Operations for Sparse Matrices when Solving a Generalized Eigenvalue Problem in the ACELAN-COMPOS Complex. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2):121–129. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-121-129

Введение. Устройства из пьезоматериалов широко используются, давно активно изучаются и совершенствуются. Отдельно следует отметить медицинские ультразвуковые приборы (оборудование для диагностики, ультразвуковые скальпели) [1–4] и мобильные генераторы энергии [5]. Исследование [6] описывает комбинирование фото- и пьезоэлектрического эффектов для создания действенных компактных источников энергии. В науке и промышленности изучаются новые материалы, рассчитанные на эксплуатацию в специфических условиях. В [7] рассматривается создание бессвинцового пьезоактивного состава, подходящего для эксплуатации при различных температурах.

В исследовании пьезоэлементов важную роль играет этап модального анализа, позволяющий установить частоты резонанса и антирезонанса устройства. Эти данные:

– необходимы для выяснения рабочей частоты устройства;

– позволяют определить коэффициент электромеханической связи — важный индикатор эффективности устройства;

– являются входной информацией в численных экспериментах для задач на вынужденные колебания.

Цель исследования — создание численных методов решения задачи определения частот резонанса для системы упругих тел. Достижение заявленной цели требует решения двух задач. Первая: разработать методы дискретизации задачи на основе метода конечных элементов (МКЭ). Вторая: провести программную реализацию выбранного метода на языке C# на платформе .net. Все известные программы учитывают контекст библиотеки классов комплекса ACELAN-COMPOS [8]. При решении обобщенной задачи на собственные значения широко применяются методы, основанные на обращении матриц. Однако они неприменимы к матрицам большой размерности. В представленной научной работе это ограничение преодолевается следующим образом:

– дополнительно реализована логика построения матриц масс;

– созданы программные интерфейсы для обмена данными о задачах на собственные значения с модулями пре- и постпроцессинга.

Материалы и методы. В первую очередь предлагаемый подход призван решать статические задачи электроупругости при реализации метода осреднения [9], который задействуют для расчета эффективных свойств пьезокомпозитов. В связи с этим на этапе построения глобальных матриц МКЭ представлены только матрицы жесткости. В данном исследовании дополнительно реализовали логику построения матриц масс и разработали программные интерфейсы (application programming interface, API, англ. — интерфейс прикладного программирования) для обмена данными о задачах на собственные значения с модулями пре- и постпроцессинга. Разработанные подпрограммы оценивались с точки зрения производительности и применимости для задач

большой размерности. Проводились численные эксперименты с целью валидации созданных алгоритмов для таких задач малой размерности, которые позволяют получить решение общими методами в вычислительном пакете MATLAB. Далее выполнялось тестирование на задачах с большим числом неизвестных и с учетом распараллеливания отдельных операций.

Математическая модель решаемой задачи состоит из определяющих соотношений [9]:

$$\rho_{\text{пк}}\omega^2 u+\alpha_{\delta\varphi}\rho_{\varphi} i\omega u-\nabla\cdot\sigma=\phi_{\varphi}, \quad \nabla\cdot D=0, \tag{1}$$

$$\sigma=c_j^E\cdot(\varepsilon+\beta_{\delta\varphi}\dot{\varepsilon})-e_j^T\cdot E, \quad D+\varsigma_d\dot{D}=e_j\cdot(\varepsilon+\varsigma_d\dot{\varepsilon})+э_j^S\cdot E, \tag{2}$$

$$\varepsilon=(\nabla u+\nabla u^T)/2, \quad E=-\nabla\phi. \tag{3}$$

Здесь σ — тензор напряжений; ρ_j — плотность тела; ε — тензор деформаций; u — вектор перемещений; D — вектор электрической индукции; E — вектор напряженности электрического поля; f_j — вектор массовых сил; ϕ — электрический потенциал; α_{dj}, β_{dj}, ς_d — коэффициенты демпфирования; c_j^E, e_j^T, $э_j^S$ — тензоры упругих констант, пьезомодулей и диэлектрических проницаемостей; индекс j — номер тела в модели.
Дискретизация выполняется заменой:

$$u(x,t)=N_u^T(x)\cdot U(t), \quad \phi(x,t)=N_\phi^T(x)\cdot\Phi(t).$$

Здесь N_u — матрица функций формы для поля перемещений; N_ϕ — вектор функций формы для электрического потенциала; $U(t), \Phi(t)$ — глобальные векторы соответствующих узловых степеней свободы.

В таком случае исходная задача (1–3) приобретает вид:

$$M\cdot\ddot{a}+K\cdot a=F. \tag{4}$$

Здесь матрицы M и K являются глобальными матрицами масс и жесткости соответственно, а вектор a представляет собой общий вектор неизвестных:

$$a=[U, \Phi].$$

В задаче теории электроупругости:

$$M=\begin{pmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad K=\begin{pmatrix} K_{uu} & K_{u\phi} \\ K_{u\phi}^T & -K_{\phi\phi} \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Матрицы M_{uu}, K_{uu} и $K_{\phi\phi}$ — симметричные. В случае гармонических колебаний на собственной частоте ω_i можно записать:

$$a=v_i\sin(\omega_i t),$$

обозначив через v_i соответствующий собственный вектор.
Рассмотрим свободные колебания если $F=0$. В этом случае задача (4) представляется в виде:

$$-\omega_i^2 M v_i+K\cdot v_i=0. \tag{6}$$

Таким образом, исходная задача сводится к обобщенной задаче на собственные значения (6). Для ненулевого v_i неравенство (6) решается нахождением матрицы, обратной K. Однако при этом разреженная матрица становится заполненной, то есть метод непригоден для матриц больших размеров. Поэтому нужно использовать другие методы, не требующие нахождения обратной матрицы. Для решения этой задачи в данной работе программно реализован модифицированный метод Ланцоша [10]. Автор этой модификации — Т.С. Мартынова. Описание разработки в данной статье не приводится. Из используемых в методе операций наиболее затратной с точки зрения вычислительных ресурсов оказалось решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), необходимое для выполнения спектральной трансформации.

Матрицы M и K — разреженные, с небольшим числом ненулевых элементов. Для хранения таких матриц в оперативной памяти используются несколько форматов:

– триплеты или координатный формат;
– CSR (англ. compressed sparse row — сжатый разреженный ряд);
– CSC (англ. compressed sparse column — сжатый разреженный столбец);
– формат хранилища SKyline (англ. SKS — метод).

Координатный формат предполагает хранение троек (триплетов) значений (i, j, k), представляющих собой координаты (i, j) и значения (k) ненулевых элементов. CSR иногда называют CRS или Йельским форматом. Он предполагает хранение разреженной матрицы в виде трех массивов. Рассмотрим матрицу размера N с NZ ненулевыми элементами. Опишем возможную организацию ее хранения. Все ненулевые элементы нужно разместить в одном массиве размера NZ. Позиции этих элементов в столбцах разместить в другом массиве

размера NZ , а третий массив размера N использовать для хранения индексов первых элементов строк. Аналогично реализуется хранение в формате CSC.

Формат SKS предполагает хранение ленты матрицы переменной ширины, включающей в себя все ненулевые элементы. В этом случае допускается хранение нулей. Эффективность этого формата зависит от перенумерации строк матрицы. Методы сокращения размера ленты описаны в [11], однако требует отдельного исследования их применимость к матрице жесткости, получаемой при решении трехмерной задачи с использованием МКЭ.

Для решения СЛАУ задействовали итерационный симметричный метод LQ (Symmetric LQ Method, SYMMLQ [12]), адаптированный к перечисленным выше форматам хранения.

Результаты исследования. В начале исследования выбрали оптимальный формат хранения для разреженных матриц. Координатный формат позволяет быстро добавлять и изменять элемент матрицы. Эти операции необходимы на этапе сборки глобальной матрицы и при учете граничных условий. Кроме того, для плохо обусловленных матриц, к которым относится K, часто применяют предварительное преобразование для нормирования. Его также удобно выполнять в координатном формате. Однако такой формат неэффективен, если речь идет об алгебраических операциях.

CSR плохо приспособлен для изменения структуры матрицы: добавляя ненулевой элемент, нужно выполнять вставку в два массива. При этом матрица умножается на вектор очень просто и эффективно.

SKS имеет аналогичные проблемы с добавлением ненулевых элементов и сильно зависит от перенумерации неизвестных в задаче. Остановимся на примере квазирегулярной сетки, которая используется в пакете ACELAN-COMPOS для работы с представительными объемами композитов. Ширина ленты, содержащей все ненулевые элементы, может быть определена заранее и зависит от числа узлов и типа конечного элемента. В общем случае произвольной конечноэлементной сетки сложно заранее оценить размер ленты.

В численных экспериментах использовали четыре способа нумерации неизвестных. На рис. 1 представлена структура матриц жесткости, построенных для одной и той же задачи, но с различной перенумерацией узлов конечноэлементной сетки.

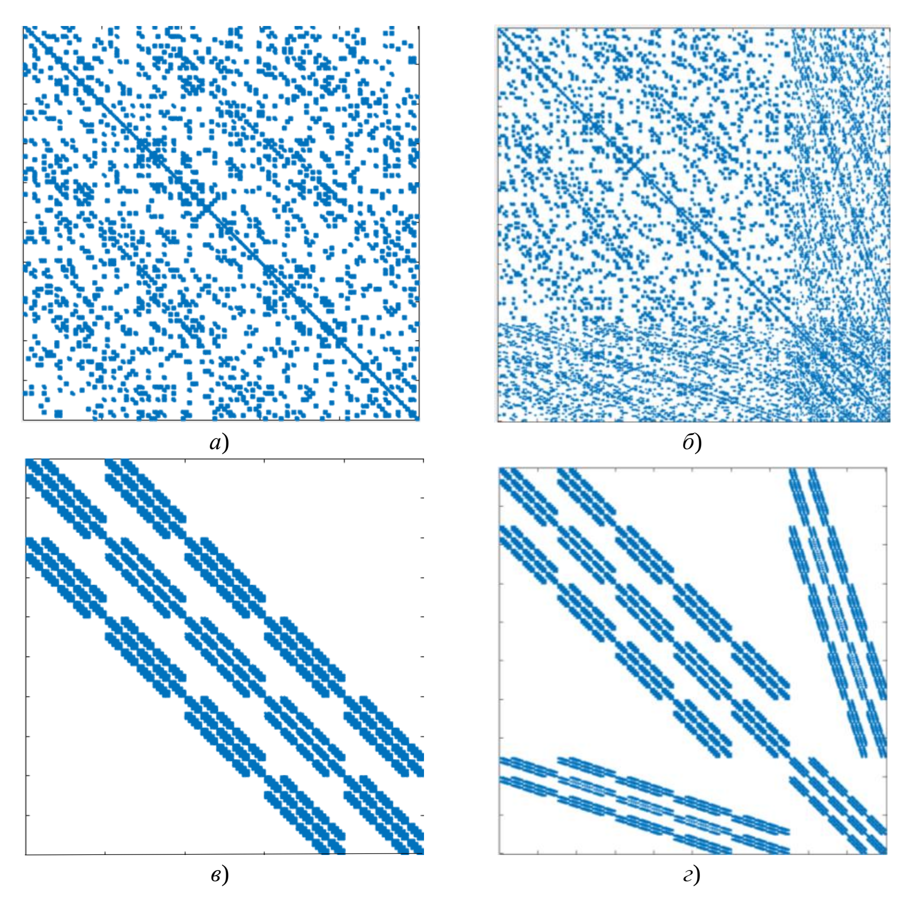


Рис. 1. Структура матриц жесткости при различных методах нумерации узлов: *а* — неизвестные упорядочены по узлам; *б* — сначала упорядочены по узлам перемещения, затем потенциалы; *в* — узлы отсортированы по слоям КЭ-сетки, а неизвестные — по узлам; *б, г* — узлы отсортированы по слоям КЭ-сетки, а неизвестные — как в примере

Итак, сетка представляла собой куб с регулярным разбиением восьмиузловыми конечными элементами. Для иллюстраций использовалась модельная матрица из 500 строк. Матрицы, представленные на рис. 1 *а* и 1 *б*, не подвергались дополнительной перенумерации узлов и отличаются только нумерацией степеней свободы. В 1 *а*:

$$a = [u_{1x}, u_{1y}, u_{1z}, \varphi_1, ..., u_{Nx}, u_{Ny}, u_{Nz}, \varphi_N].$$

В 1 *б* неизвестные, отвечающие за распределение потенциала, собраны в конце вектора:

$$a = [u_{1x}, u_{1y}, u_{1z}, ..., u_{Nx}, u_{Ny}, u_{Nz}, \varphi_1, ..., \varphi_N].$$

Неизвестные в матрицах 1 *в* и 1 *г* занумерованы аналогично, но узлы конечноэлементной сетки предварительно перенумерованы согласно их координатам путем поочередной сортировки всех узлов по каждой из координат. Такой прием широко используется для построения более эффективных модулей решения СЛАУ, так как позволяет работать с матрицей в специальном ленточном формате, удобном для распараллеливания. Для комплекса ACELAN-COMPOS реализованы подобные внешние модули [13–15], однако в данной работе использовались только форматы хранения разреженных матриц общего вида.

В таблице 1 сведены данные о времени, необходимом на выполнение базовых операций с матрицами в различных форматах.

Таблица 1

Время для выполнения базовых операций с матрицей жесткости в задаче теории электроупругости. 19 652 строки

Формат хранения	Операция	Затраченное время, мс			
		1 *а*	1 *б*	1 *в*	1 *г*
CSR	Конвертация из координатного формата	123	132	97	117
CSR	Умножение на вектор, 100 операций	260	260	260	260
SKS	Конвертация из координатного формата	690	703	124	268
SKS	Умножение на вектор, 100 операций	60 558	61 450	7 616	22 113

Результаты экспериментов показали, что операция преобразования из координатного формата хранения в компактные занимает мало времени. При этом перенумерация узлов сетки для формирования блочно-ленточной матрицы позволяет получить заметный прирост производительности даже без изменения внутренней структуры матрицы в памяти. Формат CSR оказался оптимальным с точки зрения эффективности операции умножения матрицы на вектор. При обращении матрицы формат SKS более эффективен, однако для задач с числом неизвестных порядка 10^3 заметно быстрее работают итерационные методы решения обобщенной задачи на собственные значения.

Далее экспериментально оценили производительность программной реализации метода Ланцоша. Измерили вклад всех операций в общее время решения. В результате установили, что операция решения СЛАУ занимает до 95 % от общего времени работы алгоритма. В ходе работы алгоритма строится подпространство Крылова, и в зависимости от его размерности меняется число СЛАУ, которые необходимо решать. Отметим, что размерность подпространства Крылова выбиралась на основе эвристик относительно числа искомых собственных значений. При этом СЛАУ отличаются только правой частью, благодаря чему требования к выделяемой памяти остаются невысокими. Среди базовых операций, применяемых в ходе решения СЛАУ методом SYMMLQ, наибольшие вычислительные затраты нужны для умножения матрицы на вектор.

Для увеличения производительности алгоритма реализовано простейшее распараллеливание с общей памятью. Для формата CRS выделялись блоки строк. Они передавались в отдельные потоки, которые вычисляли соответствующие компоненты результирующего вектора. Прирост производительности составил 40–50 % при использовании 8 потоков. При этом для матриц порядка 10^3 элементов прирост был около 40 %, а для матриц порядка 10^4 — около 50 %.

Обсуждение и заключение. В рамках данной работы реализован метод решения обобщенной задачи на собственные значения для матриц, получаемых при моделировании электроупругих тел. Созданы программные модули на языке C# для построения матриц масс методом конечных элементов и выполнения вспомогательных операций в рамках метода Ланцоша (работа с векторами подпространства Крылова, переортогонализация, нахождение собственных векторов). Вычислительная сложность обусловлена в основном операциями умножения разреженных матриц на вектор. В связи с этим проводились численные эксперименты по определению оптимальных форматов хранения матриц, оптимальной структуры матрицы, получаемой в результате перенумерации узлов КЭ-сетки и степеней свободы в узлах. Разработана версия итерационного алгоритма SYMMLQ с использованием параллельных вычислений. Итоговая схема работы включает три пункта.

Во-первых, строятся глобальные матрицы в координатном формате с алгоритмом перенумерации (рис. 1 *в*). Во-вторых, данные преобразуются в формат CRS. В-третьих, данные обрабатываются методом Ланцоша, который включает метод SYMMLQ для решения СЛАУ. Результаты работы включили в программный пакет ACELAN-COMPOS.

Список литературы

1. Lisong Deng, Mingxiang Ling. Design and Integrated Stroke Sensing of a High-Response Piezoelectric Direct Drive Valve Enhanced by Push-Pull Compliant Mechanisms. *Review of Scientific Instruments.* 2022;93(3):035008. https://doi.org/10.1063/5.0067483

2. Urtnasan Erdenebayar, Jong-Uk Park, Pilsoo Jeong, et al. Obstructive Sleep Apnea Screening Using a Piezo-Electric Sensor. *Journal of Korean Medical Science*. 2017;32(6):893–899. https://doi.org/10.3346/jkms.2017.32.6.893

3. Скалиух А.С., Герасименко Т.Е., Оганесян П.А., Соловьева А.А. Влияние геометрических и физических параметров на резонансные частоты ультразвуковых колебаний системы упругих и пьезоэлектрических элементов. *Вестник Донского государственного технического университета.* 2017;17(4):5–13. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-4-5-13

4. Bulletti A., Capineri L., Floridia D. Automatic System to Measure the Impedance of Piezoelectric Actuators Used in Ultrasonic Scalpels. In book: *Sensors and Microsystems.* Cham: Springer; 2014. Vol. 268. P. 71–74. https://doi.org/10.1007/978-3-319-00684-0_14

5. Keli Li, Qisheng He, Jiachou Wang, et al. Wearable Energy Harvesters Generating Electricity from Low-Frequency Human Limb Movement. *Microsystems & Nanoengineering*. 2018;4:24. https://doi.org/10.1038/s41378-018-0024-3

6. Wenbo Peng, Chenhong Wang, Fangpei Li, et al. Piezo- and Photo-Voltage Field-Effect Transistor. *Nano Energy*. 2022;105:108025. https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2022.108025

7. Tangyuan Li, Chang Liu, Peng Shi, et al. High-Performance Strain of Lead-Free Relaxor-Ferroelectric Piezoceramics by the Morphotropic Phase Boundary Modification. *Advanced Functional Materials*. 2022;32(32):2202307. https://doi.org/10.1002/adfm.202270184

8. Kurbatova N.V., Nadolin D.K., Nasedkin A.V., et al. Finite Element Approach for Composite Magneto-Piezoelectric Materials Modeling in ACELAN-COMPOS Package. In book: *Analysis and Modelling of Advanced Structures and Smart Systems*. Singapore: Springer; 2018. Vol. 81. P. 69–88. https://doi.org/10.1007/978-981-10-6895-9_5

9. Белоконь А.В., Наседкин А.В., Соловьев А.Н. Новые схемы конечноэлементного динамического анализа пьезоэлектрических устройств. *Прикладная математика и механика*. 2002;66(3):491–501.

10. Zhongming Teng, Lei-Hong Zhang. A Block Lanczos Method for the Linear Response Eigenvalue Problem. *Electronic Transactions on Numerical Analysis*. 2017;46:505–523. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.16369.68962

11. Chagas G., Oliveira S.L.G.D. Metaheuristic-Based Heuristics for Symmetric-Matrix Bandwidth Reduction: A Systematic Review. *Procedia Computer Science*. 2015;51:211–220. https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.05.229

12. Paige C.C., Saunders M.A. Solution of Sparse Indefinite Systems of Linear Equations. *SIAM Journal on Numerical Analysis.* 1975;12(4):617–629. https://doi.org/10.1137/0712047

13. Fassbender H., Ikramov K. SYMMLQ-like Procedure of $Ax = b$ where A is a Special Normal Matrix. *Calcolo*. 2006;43(1):17–37. https://doi.org/10.1007/s10092-006-0112-x

14. Vasilenko A., Veselovskiy V., Metelitsa E., et al. *Precompiler for the ACELAN-COMPOS Package Solvers*. In: Proc. 16th Int. Conf.: Parallel Computing Technologies. Cham: Springer; 2021. Vol. 12942. P. 103–116. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86359-3_8

15. Штейнберг Б.Я., Василенко А.А., Веселовский В.В. и др. Решатели СЛАУ с блочно-ленточными матрицами. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математическое моделирование и программирование».* 2021;14(3):106–112. https://doi.org/10.14529/mmp210309

References

1. Lisong Deng, Mingxiang Ling. Design and Integrated Stroke Sensing of a High-Response Piezoelectric Direct Drive Valve Enhanced by Push-Pull Compliant Mechanisms. *Review of Scientific Instruments.* 2022;93(3):035008. https://doi.org/10.1063/5.0067483

2. Urtnasan Erdenebayar, Jong-Uk Park, Pilsoo Jeong, et al. Obstructive Sleep Apnea Screening Using a Piezo-Electric Sensor. *Journal of Korean Medical Science*. 2017;32(6):893–899. https://doi.org/10.3346/jkms.2017.32.6.893

3. Skaliukh AS, Gerasimenko TE, Oganesyan PA, Solovieva AA. Effect of Geometric and Physical Parameters on Resonant Frequencies of Ultrasonic Vibrations of Elastic and Piezoelectric Element System. *Vestnik of Don State Technical University*. 2017;17(4):5–13. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-4-5-13

4. Bulletti A, Capineri L, Floridia D. Automatic System to Measure the Impedance of Piezoelectric Actuators Used in Ultrasonic Scalpels. In book: *Sensors and Microsystems.* Cham: Springer; 2014. Vol. 268. P. 71–74. https://doi.org/10.1007/978-3-319-00684-0_14

5. Keli Li, Qisheng He, Jiachou Wang, et al. Wearable Energy Harvesters Generating Electricity from Low-Frequency Human Limb Movement. *Microsystems & Nanoengineering*. 2018;4:24. https://doi.org/10.1038/s41378-018-0024-3

6. Wenbo Peng, Chenhong Wang, Fangpei Li, et al. Piezo- and Photo-Voltage Field-Effect Transistor. *Nano Energy*. 2022;105:108025. https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2022.108025

7. Tangyuan Li, Chang Liu, Peng Shi, et al. High-Performance Strain of Lead-Free Relaxor-Ferroelectric Piezoceramics by the Morphotropic Phase Boundary Modification. *Advanced Functional Materials*. 2022;32(32):2202307. https://doi.org/10.1002/adfm.202270184

8. Kurbatova NV, Nadolin DK, Nasedkin AV, et al. Finite Element Approach for Composite Magneto-Piezoelectric Materials Modeling in ACELAN-COMPOS Package. In book: *Analysis and Modelling of Advanced Structures and Smart Systems*. Singapore: Springer; 2018. Vol. 81. P. 69–88. https://doi.org/10.1007/978-981-10-6895-9_5

9. Belokon AV, Nasedkin AV, Soloviev AN. Novye skhemy konechnoehlementnogo dinamicheskogo analiza p'ezoehlektricheskikh ustroistv. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2002;66(3):491–501. (In Russ.)

10. Zhongming Teng, Lei-Hong Zhang. A Block Lanczos Method for the Linear Response Eigenvalue Problem. *Electronic Transactions on Numerical Analysis*. 2017;46:505–523. https://doi.org/10.13140/RG.2.2.16369.68962

11. Chagas G, Oliveira SLGD. Metaheuristic-Based Heuristics for Symmetric-Matrix Bandwidth Reduction: A Systematic Review. *Procedia Computer Science*. 2015;51:211–220. https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.05.229

12. Paige CC, Saunders MA. Solution of Sparse Indefinite Systems of Linear Equations. *SIAM Journal on Numerical Analysis.* 1975;12(4):617–629. https://doi.org/10.1137/0712047

13. Fassbender H, Ikramov K. SYMMLQ-like Procedure of $Ax = b$ where A is a Special Normal Matrix. *Calcolo*. 2006;43(1):17–37. https://doi.org/10.1007/s10092-006-0112-x

14. Vasilenko A, Veselovskiy V, Metelitsa E, et al. *Precompiler for the ACELAN-COMPOS Package Solvers*. In: Proc. 16th Int. Conf.: Parallel Computing Technologies. Cham: Springer; 2021. Vol. 12942. P. 103–116. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86359-3_8

15. Steinberg BYa, Vasilenko AA, Veselovskiy VV, et al. Solvers for Systems of Linear Algebraic Equations with Block-Band Matrices. *Bulletin of the South Ural State University. Series "Mathematical Modeling, Programming & Computer Software".* 2021;14(3):106–112. https://doi.org/10.14529/mmp210309

Поступила в редакцию 03.04.2023
Поступила после рецензирования 28.04.2023
Принята к публикации 04.05.2023

Об авторах:

Павел Артурович Оганесян, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического моделирования Института математики, механики и компьютерных наук «Южный федеральный университет» (344006, РФ, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42), ResearcherID, ScopusID, ORCID, AuthorID, poganesyan@sfedu.ru

Ольга Олеговна Штейн, ассистент кафедры прикладной математики и программирования Института математики, механики и компьютерных наук «Южный федеральный университет» (344006, РФ, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42), ORCID, shteyn@sfedu.ru

Заявленный вклад соавторов:

П.А. Оганесян — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, программная реализация, подготовка текста, формулирование выводов.

О.О. Штейн — программная реализация, проведение численных экспериментов, подготовка иллюстраций.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Received 03.04.2023
Revised 28.04.2023
Accepted 04.05.2023

About the Authors:

Pavel A. Oganesyan, Cand.Sci. (Phys.-Math.), associate professor of the Mathematical Modeling Department, Vorovich Institute for Mathematics, Mechanics, and Computer Science, Southern Federal University (105/42, Bolshaya Sadovaya St., Rostov-on-Don, 344006, RF), ResearcherID, ScopusID, ORCID, AuthorID, poganesyan@sfedu.ru

Olga O. Shtein, teaching assistant of the Applied Mathematics and Programming Department, Vorovich Institute for Mathematics, Mechanics, and Computer Science, Southern Federal University (105/42, Bolshaya Sadovaya St., Rostov-on-Don, 344006, RF), ORCID, shteyn@sfedu.ru

Claimed contributorship:

PA Oganesyan: basic concept formulation; research objectives and tasks; software implementation; text preparation; formulation of conclusions.

OO Shtein: software implementation; performing of numerical experiments; preparation of illustrations.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

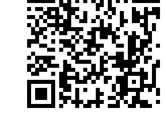
МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



Check for updates

УДК 62-52
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-130-139

Научная статья



Формирование качества поверхностного слоя при отделочно-упрочняющей обработке деталей эксцентриковым упрочнителем

М.А. Тамаркин, Э.Э. Тищенко ✉, О.С.А Хашаш
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
✉ lina_tishenko@mail.ru

Аннотация

Введение. Формирование параметров качества поверхностного слоя и эксплуатационных свойств деталей происходит на протяжении всех этапов их изготовления. Однако решающее влияние чаще всего оказывают этапы финишной обработки. Поэтому в современном цифровом машиностроении задача технологического обеспечения высокого качества поверхностного слоя детали является одной из важнейших при решении проблемы повышения качества, надежности и увеличения жизненного цикла производимых машин. Ведущую роль в повышении эксплуатационных характеристик деталей машин играет обработка поверхностным пластическим деформированием, сущность которой заключается в том, что требуемые параметры качества деталей достигаются не удалением слоя материала, а его пластическим деформированием. В процессе обработки производится изменение как размеров деталей, так и физико-механических характеристик поверхностных слоев, управляя которыми технолог имеет возможность значительно увеличивать жизненный цикл производимой продукции. Целью настоящих исследований является обеспечение необходимых параметров качества поверхностного слоя при обработке эксцентриковым упрочнителем.

Материалы и методы. В статье представлены результаты исследований нового метода обработки поверхностным пластическим деформированием — осциллирующим эксцентриковым упрочнителем. Рассматриваемый метод обработки позволяет получать высокое качество обработанной поверхности, осуществлять обработку крупногабаритных деталей в местах, являющихся концентраторами напряжений, обрабатывать сварные швы, небольшие участки поверхностей, упрочнение которых необходимо для выполнения деталью своего служебного назначения. Выполнен комплекс теоретических исследований, по результатам которых определены параметры единичного взаимодействия индентора с поверхностью детали, диаметр пластического отпечатка и его глубина.

Результаты исследования. Получены зависимости для определения шероховатости поверхности, глубины упрочненного слоя и степени деформации. Полученные формулы прошли проверку адекватности экспериментальными исследованиями.

Обсуждение и заключение. Полученные результаты исследований могут быть использованы при технологическом проектировании процессов обработки поверхностным пластическим деформированием. Определены дальнейшие задачи по исследованию рассматриваемого метода обработки.

Ключевые слова: осциллирующий инструмент, эксцентриковый упрочнитель, шероховатость поверхности, глубина упрочненного слоя, степень деформации

Благодарности: авторы выражают благодарность редакции журнала и рецензентам за внимательное отношение к статье.

Для цитирования. Тамаркин М.А., Тамаркин Э.Э., Хашаш О.С.А. Формирование качества поверхностного слоя при отделочно-упрочняющей обработке деталей эксцентриковым упрочнителем. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(2):130–139. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-130-139

© Тамаркин М.А., Тищенко Э.Э., Хашаш О.С.А., 2023

Original article

Surface Quality Forming under Parts Finishing and Strengthening Treatment with an Eccentric Hardener

Mikhail A. Tamarkin, Elina E. Tishchenko ✉, Omar CA Hashash
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ lina_tishenko@mail.ru

Abstract
Introduction. The formation of the quality parameters of the surface layer and the operational properties of the parts occurs throughout all stages of their manufacture. However, the decisive impact is most often exerted by the stages of finishing. Therefore, in modern digital engineering, the task of process support of high quality of the surface layer of the part is one of the challenges in solving the problem of improving the quality and reliability and increasing the life cycle of manufactured machines. Surface plastic deformation treatment is instrumental in improving the performance characteristics of machine parts. Its essence is that the required quality parameters of parts are obtained not by removing a layer of material, but by plastic deformation. During the processing, both the dimensions of the parts and the physical and mechanical properties of the surface layers are changed. In this case, the technologist has the opportunity to significantly increase the life cycle of the manufactured products through controlling the process. These studies are aimed at providing the required quality parameters of the surface layer under processing with an eccentric hardener.
Materials and Methods. The article presents the results of research on a new method of surface plastic deformation treatment – with an oscillating eccentric hardener. The considered processing method enables to obtain high quality of the treated surface, to process large-sized parts in places that are stress concentrators, to process welds, small areas of surfaces, whose hardening is needed for the part to fulfill its intended service. A set of theoretical studies was carried out; their results provided determining the parameters of a single interaction of the indenter and the surface of the part, the diameter of the plastic imprint and its depth.
Results. Dependences for determining the surface roughness, the depth of the hardened layer and the degree of deformation were obtained. The resulting formulas were tested for adequacy by experimental studies.
Discussion and Conclusion. The obtained research results can be used in the technological design of surface plastic deformation treatment processes. Further tasks for the study of the considered processing method are determined.

Keywords: oscillating tool, eccentric hardener, surface roughness, hardened layer depth, degree of deformation

Acknowledgements: the authors would like to thank the editorial board of the journal and the reviewers for their attentive attitude to the article.

For citation. Tamarkin MA, Tishchenko EE, Hashash OCA. Surface Quality Forming under Parts Finishing and Strengthening Treatment with an Eccentric Hardener. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2):130–139. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-130-139

Введение. Надежность и долговечность деталей машин в значительной степени зависит от качества их поверхностного слоя. Из многочисленных работ по технологии машиностроения известно, что формирование параметров качества поверхностного слоя происходит на всех стадиях их изготовления. Однако решающее влияние чаще всего оказывают этапы финишной обработки. Поэтому в современном цифровом машиностроении уделяется повышенное внимание технологическому проектированию высокоэффективных операций финишной обработки деталей, что позволяет решить сложнейшую задачу увеличения их жизненного цикла. Ведущую роль в повышении эксплуатационных характеристик деталей машин, осуществляемом на финишных операциях, играет обработка поверхностным пластическим деформированием (ППД). В отличие от традиционных методов обработки резанием, параметры качества поверхностного слоя при ППД достигаются путем осуществления пластической деформации специальными инструментами или рабочими средами. В процессе обработки одновременно с изменением размера обрабатываемых деталей производится изменение физико-механических характеристик поверхностных слоев, управляя которым технолог имеет возможность значительно увеличивать жизненный цикл производимой продукции.

Следует отметить, что широкому распространению многих методов ППД в промышленности препятствует слабая изученность их основных закономерностей, трудности, возникающие в процессе проектирования оптимальных сочетаний режимов обработки и конструктивных параметров средств технологического оснащения. Во многих случаях режимы обработки назначаются исходя из результатов частных экспериментальных исследований, что приводит к низкой эффективности обработки [1–6].

Целью настоящих исследований является обеспечение необходимых параметров качества поверхностного слоя при обработке эксцентриковым упрочнителем.

Материалы и методы. Необходимость применения ППД в условиях современных машиностроительных производство приводит к созданию новых методов обработки. Одним из таких методов является обработка ППД осциллирующим инструментом — эксцентриковым упрочнителем.

На рис. 1 представлена кинематическая схема эксцентрикового упрочнителя, состоящего из вибрирующего корпуса 1, подвешенного на плоских пружинах 2. Колебания вибрирующего корпуса 1, действующие нормально к обрабатываемой поверхности, возбуждаются вращением эксцентриковой массы (дебаланса) 3 вокруг вертикальной оси. Ось вращения эксцентриковой массы ограничена от перемещений относительно вибрирующего корпуса 1. Вращательное движение эксцентрику передаётся от электродвигателя 5 через гибкий вал 6. К корпусу 1 прикреплена инструментальная головка 4 с инструментом соответствующей геометрической формы. Движение инструмента 4 ограничивается ограничителем 7 (обрабатываемая деталь). При этом инструмент представляет собой индентор со сферической заточкой или может выполняться в виде ролика или шарика. Вибрационную систему в эксцентриковых упрочнителях можно представить как одномассовую систему с двумя степенями свободы, находящуюся под действием силы, изменяющейся по гармоническому закону. Для исследования динамики системы рассмотрим особенности её свободного колебания под действием центробежного вибровозбуждения и характер движения системы, ударяющейся об ограничитель (деталь).

При свободном колебании вибрирующая система, закрепленная на конце плоских пружин 2 (рис. 1), совершает гармонические колебания, которые возбуждаются вращением эксцентрика 3 с постоянной угловой скоростью.

Предложенное устройство может быть эффективным при обработке фасонных деталей не самого сложного профиля, а в некоторых случаях и при обработке простых поверхностей, типа плоскостей или тел вращения.

Следует прежде всего проверить возможность обеспечения широкого диапазона энергии воздействия инструментальной головки на поверхность обрабатываемой детали в сочетании с сравнительно низкими высотными характеристиками шероховатости поверхности.

Ввиду меньшей жёсткости плоской пружины (в нашем случае двух пружин) в направлении X, в сравнении с жёсткостью в направлении Y, система описывает траекторию, близкую к эллипсу с большей полуосью в направлении оси X. Для анализа закона движения системы разложим траектории по осям X и Y.

Уравнение движения центра тяжести есть не что иное, как математическое выражение второго закона Ньютона.

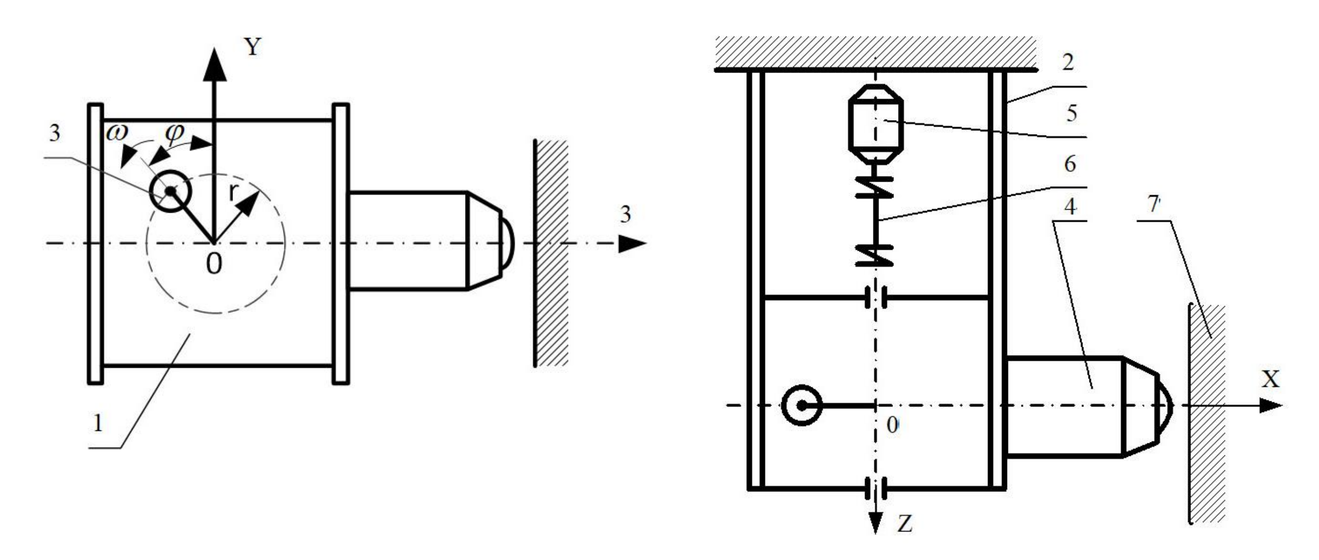


Рис. 1. Схема эксцентрикового упрочнителя: 1 — корпус; 2 — плоская пружина; 3 — эксцентриковая масса; 4 — инструментальная головка; 5 — электродвигатель; 6 — гибкий вал; 7 — ограничитель (обрабатываемая деталь)

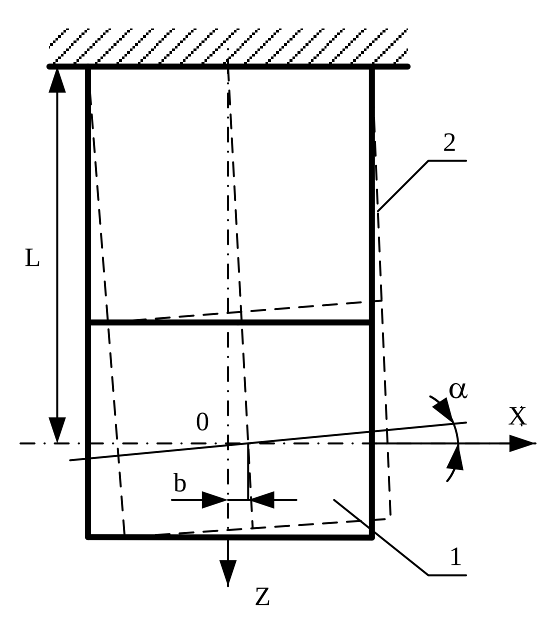


Рис. 2. Повороты корпуса упрочнителя в процессе колебаний

Результаты исследования. Чтобы установить основные закономерности влияния технологических параметров процесса на взаимодействие осциллирующего индентора с обрабатываемой поверхностью необходимо учитывать кинетическую энергию индентора, количество инденторов, радиус индентора, коэффициент полезного действия устройства, физико-механические свойства обрабатываемой детали [1–6].

Учитывая все силы, действующие на движущийся индентор, можно записать уравнение движения инструментальной головки

в направлении Y:

$$m_c \frac{d^2 y}{dt^2} = -c_1 y - \mu \frac{dy}{dt} + m_{cam} r \omega^2 \cos \omega t - m_c g, \tag{1}$$

в направлении X:

$$m_c \frac{d^2 x}{dt^2} = -cx - \mu \frac{dx}{dt} + m_{cam} r \omega^2 \sin \omega t, \tag{2}$$

где $m_c \frac{d^2 y}{dt^2}$, $m_c \frac{d^2 x}{dt^2}$ — проекции сил инерции системы на оси Y и X соответственно; c_1, y, cx — проекции сил сопротивления пружины на оси Y и X; $\mu \frac{dx}{dt}$ — проекции сил сопротивления $\mu \frac{dy}{dt}$ среды на оси Y и X; $m_{cam} r \omega^2 \cos \omega t$, $m_{cam} r \omega^2 \sin \omega t$ — проекции возмущающейся силы на оси Y и X; $m_c g$ — сила тяжести (вес) вибрирующей системы; m_c — масса вибрирующей системы; c_1, c — жёсткость пружин в направлении Y и X; μ — сопротивление среды; m_{cam} — масса эксцентрика; r— расстояние от оси вращения эксцентрика до его центра тяжести; ω — угловая скорость; t — текущее значение времени; y, x — текущее значение координат.

Ввиду значительно большей жёсткости пружин в направлении Y по отношению с жёсткостью в направлении X, амплитуда перемещения индентора в направлении Y значительно меньше амплитуды в направлении X. Поэтому примем допущение, что система совершает гармонические колебания только в направлении X, т.е. будем рассматривать индентор только с одной степенью свободы.

Если пренебречь затухающим колебанием, то уравнение движения будет иметь вид:

$$x = b \sin(\omega t + \beta), \tag{3}$$

где b — амплитуда колебаний, β — разность фаз между возбуждающей силой и перемещениями центра тяжести индентора.

Подставив это выражение в уравнение (2), находим:

$$b = \frac{m_{cam} r \omega^2}{\sqrt{(c - \omega^2 m_c)^2 + \omega^2 \mu^2}}, \tag{4}$$

$$tg\beta = \frac{\omega \mu}{c - \omega^2 m_c}. \tag{5}$$

Значение μ определяется из выражений:

$$\mu = \frac{\omega_1 m_c \delta}{2\pi}, \tag{6}$$

где ω_1 — частота собственных колебаний; δ — логарифмический декремент затухания.

Продифференцировав уравнение (4) по времени и проведя исследование функции на экстремум, получим выражение для определения максимальной скорости индентора:

$$V_X = \frac{m_{cam} r \omega^3}{\sqrt{(c - \omega^2 m_c)^2 + \omega^2 \mu^2}}. \tag{7}$$

Наибольшая кинетическая энергия индентора определяется из уравнения:

$$T = \frac{m_c V^2{}_X}{2} = \frac{m_c m^2{}_{cam} r^2 \omega^6}{2[(c - \omega^2 m_c)^2 + \omega^2 \mu^2]}. \tag{8}$$

Анализ процесса взаимодействия сферических инденторов с деформируемым полупространством (поверхностным слоем обрабатываемой детали) описан в классических работах И.В. Кудрявцева [1, 2, 4, 5]. Диаметр пластического отпечатка можно определить по зависимости:

$$d = \sqrt[4]{\frac{D_i \cdot T \cdot \eta}{M \cdot HD}}. \tag{9}$$

При этом глубина пластического отпечатка может быть определена как:

$$h = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{T \cdot \eta}{M \cdot D_i \cdot HD}}, \tag{10}$$

где T — кинетическая энергия инструментальной головки; HD — динамическая твердость материала детали (отношение энергии удара сферического индентора к объему вытесненного материала при ударе); D_i — диаметр индентора; η — коэффициент полезного действия устройства; M — число инденторов.

При обработке эксцентриковым упрочнителем параметры шероховатости обрабатываемой поверхности могут получать постоянное (установившееся) значение, которое воспроизводится при дальнейшей обработке поверхности детали. Рельеф образующейся поверхности может быть как изотропным, так и анизотропным и формируется путем многократного наложения следов единичного взаимодействия.

При взаимодействии осциллирующего индентора с исходными выступами микронеровностей происходит их уменьшение по высоте с одновременным уменьшением глубины впадин микронеровностей. С увеличением времени обработки исходный профиль шероховатости поверхности полностью передеформируется. В результате формируется новый микрорельеф, причем для каждого метода ППД он имеет специфический характер [7–19].

Окончательно сформированная шероховатость обрабатываемой поверхности получила название «установившейся». Как правило, её высотные параметры не зависят от исходной. Они формируются в конкретных условиях каждого метода обработки и зависят от его технологических параметров. На основании методики работы [3, 4] получена зависимость для определения установившейся шероховатости поверхности при обработке эксцентриковым упрочнителем:

$$Ra = 0,0075\sqrt{\frac{T \cdot \eta}{D_i \cdot M \cdot HD}}. \tag{11}$$

Параметры упрочнения поверхностного слоя, к которым относятся глубина упрочненного слоя и степень деформации, оказывают важнейшее влияние на увеличение жизненного цикла обработанных деталей. В результате теоретических исследований получены аналитические зависимости для их расчета при обработке эксцентриковым упрочнителем:

$$h_n = \sqrt[8]{\frac{\left(\frac{T \cdot \eta}{D_i \cdot M \cdot HD}\right)^3}{D_i}}, \tag{12}$$

$$\varepsilon = 1,13\sqrt[4]{\frac{T \cdot \eta}{D_i^3 \cdot M \cdot HD}}. \tag{13}$$

Приведенные зависимости соответствуют физическому смыслу явлений, происходящих при обработке, и прошли проверку в ходе проведения комплексных экспериментальных исследований.

При проведении экспериментальных исследований использовались образцы из различных материалов, часто применяемые для изготовления деталей машин: качественные и легированные стали (сталь 45, ХВГ, сталь 30,

сталь 30ХГСА и др.), алюминиевые сплавы (АЛ1, АВТ, Д16 и др.). Плоские образцы подвергались обработке эксцентриковым упрочнителем с различными режимами. Использовались шариковые и роликовые инденторы.

По теоретическим зависимостям построены графики зависимостей шероховатости обработанной поверхности, глубины упрочненного слоя и степени деформации от режимов обработки, характеристик рабочих сред и обрабатываемых материалов.

На графиках (рис. 3–6) сплошной линией показаны кривые, построенные по теоретическим формулам, а точками — результаты экспериментальных исследований. Выполнено построение доверительных интервалов с доверительной вероятностью 95 %.

Наблюдается высокая сходимость результатов, что свидетельствует о том, что теоретическая зависимость правильно отражает явления, происходящие при обработке ППД осциллирующим инструментом — эксцентриковым упрочнителем.

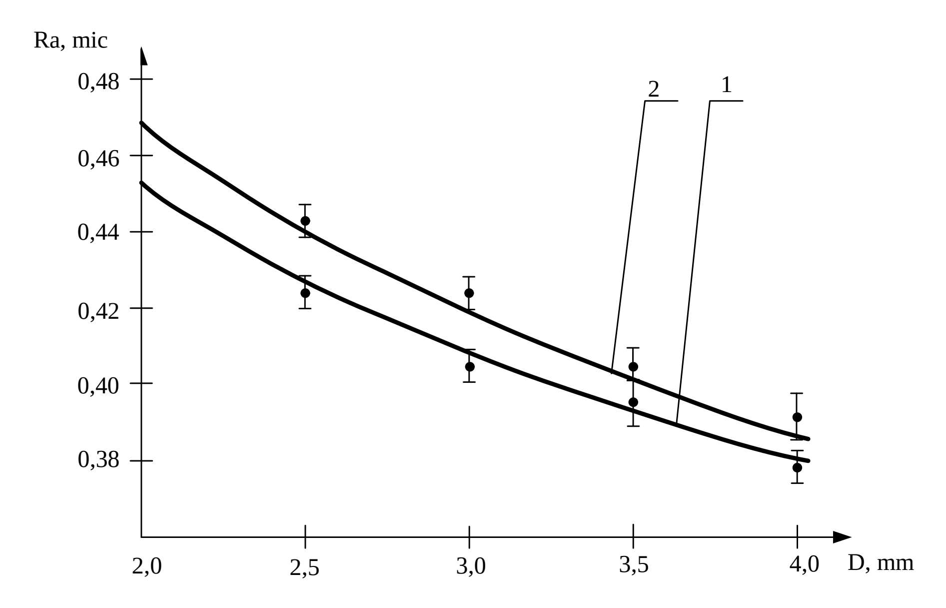


Рис. 3. Зависимость шероховатости поверхности от радиуса индентора:
1 — материал образца сталь 45, 2 — материал образца ХВГ

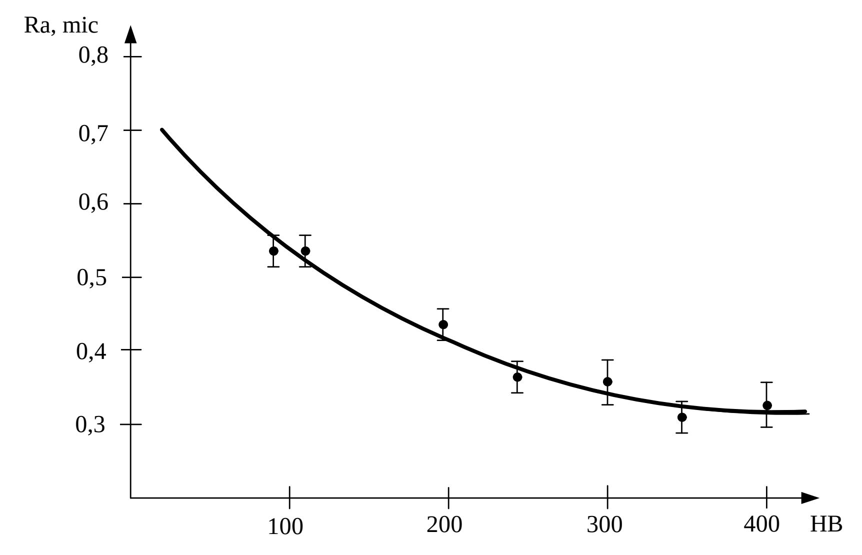


Рис. 4. Зависимость шероховатости поверхности от твердости детали по Бринеллю

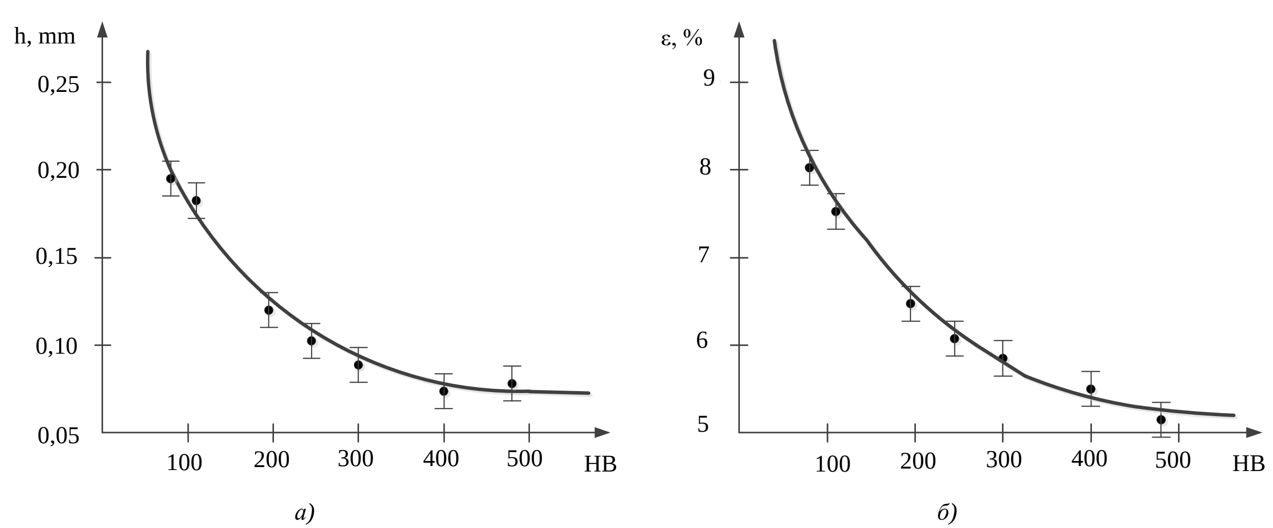


Рис. 5. Зависимость параметров упрочнения от твердости по Бринеллю для различных материалов: *а* — от глубины упрочненного слоя; *б* — от степени деформации

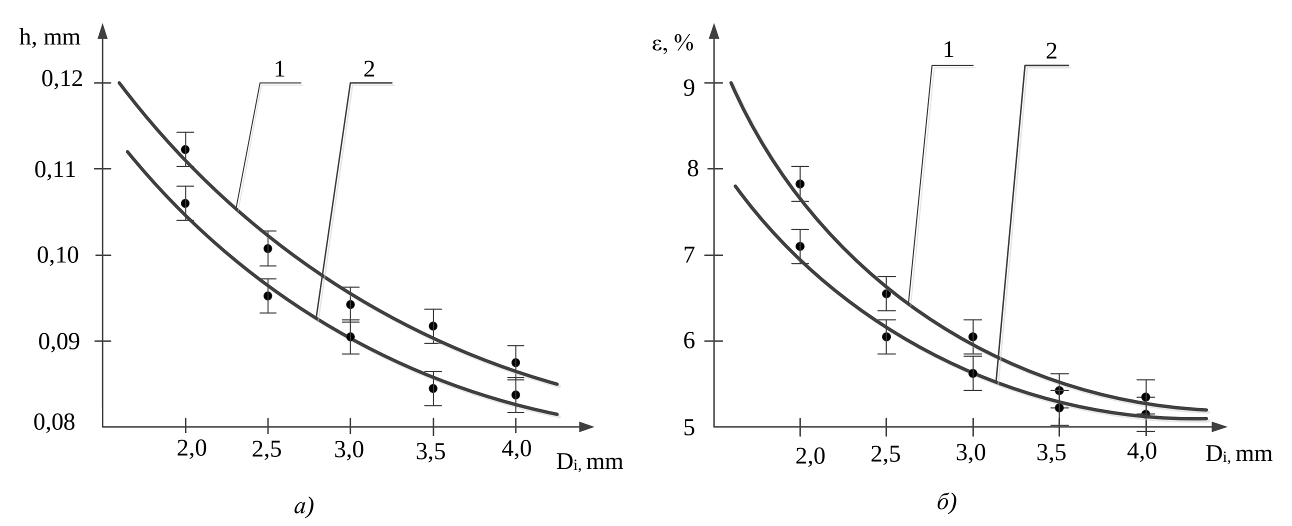


Рис. 6. Зависимость параметров упрочнения от диаметра индентора: *а* — глубина упрочненного слоя; *б* — степень деформации; 1 — материал образца — сталь 45; 2 — материал образца — сталь ХВГ

Обсуждение и заключение. По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Получена теоретическая зависимость, позволяющая определить кинетическую энергию индентора при обработке осциллирующим инструментом — эксцентриковым упрочнителем.

2. Получены зависимости для определения диаметра и глубины пластического отпечатка, а также шероховатости поверхности по параметру Ra, глубины упрочненного слоя и степени деформации, позволяющие прогнозировать качество обработанной поверхности.

3. Выполнено сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований процесса обработки эксцентриковым упрочнителем. Расхождение результатов не превышает 15 %.

4. Исследуемый процесс подлежит дальнейшему изучению с целью определения других параметров качества обработанной поверхности, например, величины остаточных напряжений в поверхностном слое, а также расширения диапазона режимов и конструктивных параметров обработки с целью определения их оптимальной области [5, 6, 20].

5. Полученные зависимости для определения основных параметров качества поверхностного слоя дают возможность прогнозирования результатов обработки и могут быть использованы для проектирования технологических процессов эксцентриковым упрочнителем.

Список литературы

1. Tamarkin M., Tishchenko E., Astashkin A., et al. Module System Developing of Computer-Aided Engineering for Process Technologies with Ball-Shaft Hardener. In book: A. Guda (ed.) *Lecture Notes in Networks and Systemfor Connected and Automated Vehicles.* Cham: Springer; 2023. Vol. 509. P. 1605–1613. https://doi.org/10.1007/978-3-031-11058-0_163

http://vestnik-donstu.ru

2. Tamarkin M., Tishchenko E., Murugova E., et al. Surface Quality Assurance and Process Reliability in the Processing with a Ball-Rod Hardener. *E3S Web of Conferences*. 2020;175:05008. https://doi.org/10.1051/e3sconf/202017505008

3. Beskopylny A., Meskhi B., Beskopylny N., et al. Strengthening of Welded Joints of Load-Bearing Structures of Robotic Systems with Ball-Rod Hardening. In book: *Robotics, Machinery and Engineering Technology for Precision Agriculture. Proceedings of XIV International Scientific Conference "INTERAGROMASH 2021"*. Singapore: Springer; 2022. P. 1–12. https://doi.org/10.1007/978-981-16-3844-2_1

4. Beskopylny A., Meskhi B., Veremeenko A., et al. Influence of Boundary Conditions on the Strengthening Technology of a Welded Joint with a Ball-Rod Hardener. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2020;1001:012047. https://doi.org/10.1088/1757-899X/1001/1/012047

5. Tamarkin M., Tishchenko E., Fedorov V. Theoretical Bases of the Surface Layer Formation in the Finishing and Hardening Treatment of Details by SPD in Flexible Granular Environment. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2016;124:012169. https://doi.org/10.1088/1757-899X/124/1/012169

6. Tamarkin M.A., Tishchenko E.E., Tishchenko R.G. Technological Support of Digital Production when Processing Parts Using a Ball-Rod Hardener. *iPolytech Journal.* 2022;26(2):184–196. https://doi.org/10.21285/1814-3520-2022-2-184-196

7. Lebedev V., Sokolov V., Davydova I. Prediction of Physical and Mechanical Characteristics of Quality of Surface Layer, Modified by Surface Plastic Deformation. *Strengthening Technologies and Coatings*. 2018;14(2):54–58.

8. Lebedev V., Kirichek A., Chunakhova L. *Effectiveness of Application of Additional Strengthening Processing of Surface Plastic Deformation on Increase in Fatigue Life of Parts*. In: Proc. 5th Int. Conf. on Industrial Engineering (ICIE 2019). Cham: Springer; 2019. Vol. 2. P. 17–25. https://doi.org/10.1007/978-3-030-22063-1_3

9. Blumenstein V., Makhalov M. The Metal Surface Layer Mechanical Condition Transformation in Machining Processes. *MATEC Web of Conferences.* 2019;297:05001. https://doi.org/10.1051/matecconf/201929705001

10. Smolentsev V., Kuzovkin A., Safonov S. Nano-Transformations in the Surface Layer of Materials under Combined Processing by Unbound Granules. *Materials Today: Proceedings*. 2019;11(1(26)):20–25. https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.12.100

11. Smolentsev V., Safonov S. The Technological Methods of Surface Layer Modification in Construction Materials. *MATEC Web of Conferences*. 2017;129:01077. https://doi.org/10.1051/matecconf/201712901077

12. Makhalov M.S., Blumenstein V.Yu. The Residual Stress Modeling in Surface Plastic Deformation Machining Processes with the Metal Hardening Effect Consideration. *Solid State Phenomena*. 2022;328:27–37. https://doi.org/10.4028/p-z92o0e

13. Makhalov M.S., Blumenstein V.Yu. The Surface Layer Mechanical Condition and Residual Stress Forming Model in Surface Plastic Deformation Process with the Hardened Body Effect Consideration. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2017;253:012009. https://doi.org/10.1088/1757-899X/253/1/012009

14. Blumenstein V., Makhalov M. The Metal Surface Layer Mechanical Condition Transformation in Machining Processes. *MATEC Web of Conferences*. 2019;297:05001. https://doi.org/10.1051/matecconf/201929705001

15. Makhalov M.S., Blumenstein V.Yu. Finite Element Surface layer inheritable condition residual stresses model in surface plastic deformation processes. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2016;126:012004. http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/126/1/012004

16. Chigirinskii Yu.L. Surface Quality after Different Treatments. *Russian Engineering Research.* 2011;31(8):816–819. https://doi.org/10.3103/S1068798X11080065

17. Plotnikov A.L., Chigirinskii Yu.L., Frolov E.M., et al. Formulating CAD/CAM Modules for Calculating the Cutting Conditions in Machining. *Russian Engineering Research*. 2009;29(5):512–517. https://doi.org/10.3103/S1068798X09050207

18. Chigirinskii Yu.L. Formalized Approaches in Technological Design. *Russian Engineering Research*. 2010;30(3):305–307. https://doi.org/10.3103/S1068798X10030251

19. Chigirinskii Yu.L., Firsov I.V., Chigirinskaya N.V. Information System for the Design of Machining Processes. *Russian Engineering Research*. 2014;34(1):49–51. https://doi.org/10.3103/S1068798X14010031

20. Tamarkin M.A., Tishchenko M.A., Tishchenko E.E., et al. Development of Design Methodology of Technological Process of Ball-Rod Hardening with Account for Formation of Compressive Residual Stresses. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2020;20(2):143–149. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2020-20-2-143-149

References

1. Tamarkin M, Tishchenko E, Astashkin A, et al. Module System Developing of Computer-Aided Engineering for Process Technologies with Ball-Shaft Hardener. In book: A. Guda (ed.) *Lecture Notes in Networks and Systemfor Connected and Automated Vehicles.* Cham: Springer; 2023. Vol. 509. P. 1605–1613. https://doi.org/10.1007/978-3-031-11058-0_163

2. Tamarkin M, Tishchenko E, Murugova E, et al. Surface Quality Assurance and Process Reliability in the Processing with a Ball-Rod Hardener. *E3S Web of Conferences*. 2020;175:05008. https://doi.org/10.1051/e3sconf/202017505008

3. Beskopylny A, Meskhi B, Beskopylny N, et al. Strengthening of Welded Joints of Load-Bearing Structures of Robotic Systems with Ball-Rod Hardening. In book: *Robotics, Machinery and Engineering Technology for Precision Agriculture. Proceedings of XIV International Scientific Conference "INTERAGROMASH 2021".* Singapore: Springer; 2022. P. 1–12. https://doi.org/10.1007/978-981-16-3844-2_1

4. Beskopylny A, Meskhi B, Veremeenko A, et al. Influence of Boundary Conditions on the Strengthening Technology of a Welded Joint with a Ball-Rod Hardener. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2020;1001:012047. https://doi.org/10.1088/1757-899X/1001/1/012047

5. Tamarkin M, Tishchenko E, Fedorov V. Theoretical Bases of the Surface Layer Formation in the Finishing and Hardening Treatment of Details by SPD in Flexible Granular Environment. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2016;124:012169. https://doi.org/10.1088/1757-899X/124/1/012169

6. Tamarkin MA, Tishchenko EE, Tishchenko RG. Technological Support of Digital Production when Processing Parts Using a Ball-Rod Hardener. *iPolytech Journal*. 2022;26(2):184–196. https://doi.org/10.21285/1814-3520-2022-2-184-196

7. Lebedev V, Sokolov V, Davydova I. Prediction of Physical and Mechanical Characteristics of Quality of Surface Layer, Modified by Surface Plastic Deformation. *Strengthening Technologies and Coatings*. 2018;14(2):54–58.

8. Lebedev V, Kirichek A, Chunakhova L. *Effectiveness of Application of Additional Strengthening Processing of Surface Plastic Deformation on Increase in Fatigue Life of Parts*. In: Proc. 5th Int. Conf. on Industrial Engineering (ICIE 2019). Cham: Springer; 2019. Vol. 2. P. 17–25. https://doi.org/10.1007/978-3-030-22063-1_3

9. Blumenstein V, Makhalov M. The Metal Surface Layer Mechanical Condition Transformation in Machining Processes. *MATEC Web of Conferences.* 2019;297:05001. https://doi.org/10.1051/matecconf/201929705001

10. Smolentsev V, Kuzovkin A, Safonov S. Nano-Transformations in the Surface Layer of Materials under Combined Processing by Unbound Granules. *Materials Today: Proceedings*. 2019;11(1(26)):20–25. https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.12.100

11. Smolentsev V, Safonov S. The Technological Methods of Surface Layer Modification in Construction Materials. *MATEC Web of Conferences*. 2017;129:01077. https://doi.org/10.1051/matecconf/201712901077

12. Makhalov MS, Blumenstein VYu. The Residual Stress Modeling in Surface Plastic Deformation Machining Processes with the Metal Hardening Effect Consideration. *Solid State Phenomena*. 2022;328:27–37. https://doi.org/10.4028/p-z92o0e

13. Makhalov MS, Blumenstein VYu. The Surface Layer Mechanical Condition and Residual Stress Forming Model in Surface Plastic Deformation Process with the Hardened Body Effect Consideration. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2017;253:012009. https://doi.org/10.1088/1757-899X/253/1/012009

14. Blumenstein V, Makhalov M. The Metal Surface Layer Mechanical Condition Transformation in Machining Processes. *MATEC Web of Conferences*. 2019;297:05001. https://doi.org/10.1051/matecconf/201929705001

15. Makhalov MS, Blumenstein VYu. Finite Element Surface layer inheritable condition residual stresses model in surface plastic deformation processes. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2016;126:012004. http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/126/1/012004

16. Chigirinskii YuL. Surface Quality after Different Treatments. *Russian Engineering Research.* 2011;31(8):816–819. https://doi.org/10.3103/S1068798X11080065

17. Plotnikov AL, Chigirinskii YuL, Frolov EM, et al. Formulating CAD/CAM Modules for Calculating the Cutting Conditions in Machining. *Russian Engineering Research*. 2009;29(5):512–517. https://doi.org/10.3103/S1068798X09050207

18. Chigirinskii YuL. Formalized Approaches in Technological Design. *Russian Engineering Research*. 2010;30(3):305–307. https://doi.org/10.3103/S1068798X10030251

19. Chigirinskii YuL, Firsov IV, Chigirinskaya NV. Information System for the Design of Machining Processes. *Russian Engineering Research*. 2014;34(1):49–51. https://doi.org/10.3103/S1068798X14010031

20. Tamarkin MA, Tishchenko MA, Tishchenko EE, et al. Development of Design Methodology of Technological Process of Ball-Rod Hardening with Account for Formation of Compressive Residual Stresses. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2020;20(2):143–149. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2020-20-2-143-149

Об авторах:

Михаил Аркадьевич Тамаркин, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологии машиностроения Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ScopusID, ORCID, AuthorID, tehn_rostov@mail.ru

Элина Эдуардовна Тищенко, кандидат технических наук, доцент кафедры технологии машиностроения Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ScopusID, ORCID, AuthorID, lina_tishenko@mail.ru

Омар С.А. Хашаш, аспирант кафедры технологии машиностроения, Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID, omar-hashash@mail.ru

Заявленный вклад соавторов:

М.А. Тамаркин — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, научное руководство, анализ результатов исследований.

Э.Э. Тищенко — проведение расчетов, подготовка текста, формирование выводов.

О.С.А. Хашаш — проведение экспериментальных исследований, обработка результатов.

Поступила в редакцию 01.04.2023
Поступила после рецензирования 21.04.2023
Принята к публикации 26.04.2023

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Mikhail A. Tamarkin, Dr.Sci. (Eng.), professor, Head of the Mechanical Engineering Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), ScopusID, ORCID, AuthorID, tehn_rostov@mail.ru

Elina E. Tishchenko, Cand.Sci. (Eng.), associate professor of the Mechanical Engineering Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), ScopusID, ORCID, AuthorID, lina_tishenko@mail.ru

Omar CA Hashash, postgraduate of the Mechanical Engineering Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), ORCID, omar-hashash@mail.ru

Claimed contributorship:

MA Tamarkin: basic concept formulation; research objectives and tasks; academic advising; research results analysis.

EE Tishchenko: calculation analysis; text preparation; formulation of the conclusions.

OCA Hashash: conducting experimental studies; processing the results.

Received 01.04.2023
Revised 21.04.2023
Accepted 26.04.2023

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

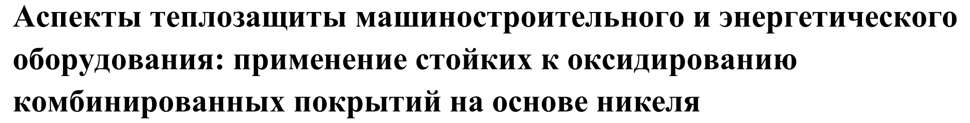


Check for updates

УДК 669.058.7(620.18+620.193)
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-140-154

Научная статья





Аспекты теплозащиты машиностроительного и энергетического оборудования: применение стойких к оксидированию комбинированных покрытий на основе никеля

В.Н. Варавка ✉, **О.В. Кудряков**, **В.И. Грищенко**
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
✉ varavkavn@gmail.com

Аннотация

Введение. В тех областях энергетического машиностроения, где используется тепловая энергия перегретого пара, важным аспектом обеспечения надежности и безопасности оборудования является теплостойкость используемых материалов. При изготовлении индукционных пароперегревателей оптимальным материалом для паропровода (змеевика) является медь. Однако её предельная стойкость к оксидированию не превышает 400 °С, что существенно ограничивает эффективность работы парогенераторов. Поэтому целью работы было исследование кинетики окисления комбинированного гальванического покрытия системы Mo-Ni-Cr, нанесенного на медные трубчатые образцы и предназначенного для теплозащиты змеевиков парогенераторов.

Материалы и методы. На опытных медных трубчатых образцах было сформировано комбинированное гальваническое покрытие системы Mo-Ni-Cr с общей толщиной 12–35 мкм. Подслой Mo толщиной около 1,5 мкм на поверхности медной трубки был сформирован для предотвращения диффузии Cu в Ni-покрытие. Слой хрома толщиной 1,5 мкм на поверхности покрытия выполнял роль индикатора процесса окисления. Сравнительный анализ процессов окисления поверхности меди и комбинированного покрытия системы Mo-Ni-Cr на медной подложке выполнен с использованием методик оптической и электронной микроскопии, энергодисперсионного анализа, а также прецизионного определения параметров роста оксидных пленок.

Результаты исследования. Экспериментально определены интервалы термической устойчивости медной подложки и никелевого покрытия. Полученные экспериментальные зависимости характеризуют параболический закон окисления меди с образованием однофазной диффузионной зоны CuO при температурах выше 350 °С и никеля при температурах выше 750 °С, когда начинается переход монооксида NiO и в оксид Ni_2O_3. Рост оксидных пленок по квадратичным законам приводит к быстрому увеличению толщины пленок, накоплению в них напряжений, растрескиванию и скалыванию.

Обсуждение и заключение. Показано, что гальваническое покрытие Mo-Ni-Cr устойчиво к нагреву при длительной эксплуатации вплоть до температур 750–800 °С. Описаны функциональные роли Mo и Cr в архитектуре покрытия. Работа акцентирована на прикладном аспекте использования исследуемого покрытия для повышения термической устойчивости змеевика-паропровода промышленных индукционных пароперегревателей малой и средней мощности.

Ключевые слова: парогенераторы, теплостойкость, окислительный процесс, гальванические покрытия, микроструктура, электронная микроскопия, гравиметрический анализ

Благодарности: авторы выражают благодарность редакции журнала и рецензентам за внимательное отношение к статье.

Для цитирования. Варавка В.Н., Кудряков О.В., Грищенко В.И. Аспекты теплозащиты машиностроительного и энергетического оборудования: применение стойких к оксидированию комбинированных покрытий на основе никеля. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2):140–154. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-140-154

© Варавка В.Н., Кудряков О.В., Грищенко В.И., 2023

Original article

Aspects of Thermal Protection of Machine-Building and Power Equipment: Application of Oxidation-Resistant Combined Nickel-Based Coatings

Valeriy N. Varavka , **Oleg V. Kudryakov** , **Vyacheslav I. Grishchenko**
Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ varavkavn@gmail.com

Abstract
Introduction. In the areas of power engineering where the thermal energy of superheated steam is used, an important aspect of providing the reliability and safety of equipment is the heat resistance of the materials employed. In the manufacture of induction superheaters, the optimal material for the steam pipe (coil) is copper. However, its ultimate resistance to oxidation does not exceed 400 °C, which significantly limits the efficiency of steam generators. Therefore, the objective of the work was to study the kinetics of oxidation of the combined galvanic coating of the Mo-Ni-Cr system applied to copper tubular samples and intended for thermal protection of steam generator coils.
Materials and Methods. A combined electroplating of the Mo-Ni-Cr system with a total thickness of 12–35 µm was formed on the experimental copper tubular samples. A Mo sublayer with a thickness of about 1.5 µm on the surface of the copper tube was formed to prevent the diffusion of Cu into the Ni coating. A 1.5 µm thick chromium layer on the coating surface acted as an indicator of the oxidation process. A comparative analysis of the oxidation processes of the copper surface and the combined coating of the Mo-Ni-Cr system on a copper substrate was carried out using the methods of optical and electron microscopy, energy dispersive analysis, and precision determination of the growth parameters of oxide films.
Results. The intervals of thermal stability of the copper substrate and nickel coating were experimentally determined. The obtained experimental dependences characterized the parabolic law of copper oxidation with the formation of a single-phase diffusion zone of CuO at temperatures above 350 °C, and nickel at temperatures above 750 °C, when the transition of NiO monoxide into oxide Ni_2O_3 began. The growth of oxide films according to quadratic laws provided a rapid increase in the thickness of the films, the accumulation of stresses in them, cracking, and chipping.
Discussion and Conclusion. It is shown that the Mo-Ni-Cr electroplating is resistant to heating during long-term operation up to temperatures of 750–800 °C. The functional roles of Mo and Cr in the coating architecture were described. The work focused on the applied aspect of using the coating under study to increase the thermal stability of the steam pipelines of industrial induction superheaters with low and medium power.

Keywords*:* superheaters, heat resistance, oxidation process, electroplating, microstructure, electron microscopy, gravimetric analysis.

Acknowledgements: the authors would like to thank the editorial board of the journal and the reviewers for their attentive attitude to the article.

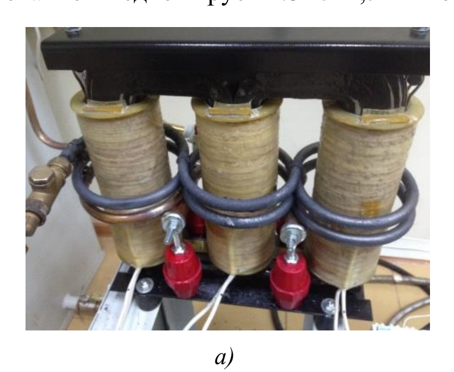
For citation. Varavka VN, Kudryakov OV, Grishchenko VI. Aspects of Thermal Protection of Machine-Building and Power Equipment: Application of Oxidation-Resistant Combined Nickel-Based Coatings. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2):140–154. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-140-154

Введение. Электрохимическое осаждение металлов широко распространено в промышленности, являясь основой гальванотехники. К одной из особенностей развития этой отрасли науки принято относить то, что её развитие проходило «почти исключительно эмпирически» [1], отталкиваясь в первую очередь от потребностей различных отраслей индустрии. Несмотря на то, что в настоящее время теоретические основы электрохимии проработаны достаточно глубоко [2–6], прикладной аспект здесь по-прежнему имеет приоритетное значение и определяет большинство решаемых научных задач, связанных, в основном, с особыми условиями использования гальванических покрытий. В таких особых условиях эксплуатируются, например, пароперегреватели, работа которых связана со значительным изменением состава и температуры пара по длине змеевика-паропровода [7]. В зависимости от мощности парогенератора температура змеевика по его длине может изменяться от 150 до 650 °C, а для суперсверхкритических параметров пара в особо мощных современных паровых турбинах и выше [8–10]. Настоящая работа посвящена исследованию возможности применения гальванических покрытий для защиты паропровода индукционного пароперегревателя от оксидирования при высоких температурах. Интерес к теплозащитным покрытиям вызван тем, что в отношении бытовых и малой мощности промышленных парогенераторов по совокупности физико-технологических свойств (электропроводность, теплопроводность, способность к пластической деформации, обрабатываемость резанием и т.д.) медь является на данный момент незаменимым конструкционным материалом для

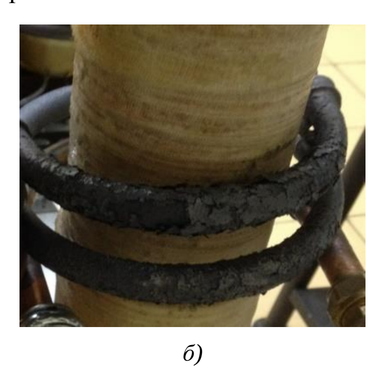
изготовления змеевиков. Однако окислительная способность меди тоже высока и её сопротивление оксидированию не превышает 400 °С. Исходя из условий работы рассматриваемых пароперегревателей, это обстоятельство ставит задачу применения покрытий, у которых уровень стойкости к окислению находится выше теплового барьера 600 °С.

Материалы и методы. Учитывая сложную конфигурацию змеевика, наличие большой протяженности криволинейных поверхностей и его немалые габаритные размеры, в качестве наиболее технологичного способа нанесения теплозащитного покрытия было выбрано электрохимическое осаждение.

Для выбора состава такого покрытия необходимы точные данные о режимах его эксплуатации. С этой целью был проведен тепловизионный анализ термических условий работы экспериментального индукционного трехкатушечного 6-ти виткового парогенератора мощностью 10 кВт (рис. 1) [11]. Паропровод был выполнен из профилированной медной трубки ∅25×1,5 мм из технической меди марки М2 по ГОСТ 617–2006.



а)



б)

Рис. 1. Экспериментальный индукционный пароперегреватель с медным паропроводом:
а — общий вид; *б* — наиболее сильно окисленные участки паропровода (змеевика) на выходе пара

Количественный термический анализ условий эксплуатации паропровода, включая форсированные режимы работы, был выполнен с помощью бесконтактного тепловизора модели Fluke Ti401 PRO (производство Fluke Corp., USA) [12] с основными техническими характеристиками:

– инфракрасный спектральный диапазон: от 7,5 до 14 мкм (длинноволновый);
– тепловая чувствительность: ≤0,075 °С при температуре объекта 30 °С (75 мК);
– погрешность: ±2 °С (при низких температурах) или 2 %;
– степень защиты: по ГОСТ 14254-96 (МЭК 60529): IP54.

Теплоёмкость водяного пара (c_p = 33,6 Дж/(моль·К) при нормальных условиях) примерно вдвое ниже теплоёмкости воды (c_p = 75,3 Дж/моль·К), что существенно меняет условия теплоотвода в змеевике и способствует интенсификации окисления поверхности паропровода, поэтому по его длине наблюдается значительная неоднородность степени окисленности (рис. 1 *б*). Результаты термического анализа (рис. 2) показали, что максимальные температуры нагрева фиксируются на выходном полувитке змеевика (рис. 1 *б*). Интервал их значений составил 530–540 °С с абсолютным максимумом при 541,38 °С. Средние значения температуры большинства перегретых (окисленных) полувитков находились на уровне 420–460 °С.

Исходя из полученных результатов, в дальнейших исследованиях по получению теплостойких покрытий для защиты от оксидирования поверхности змеевика необходимо ориентироваться на предельную температурную нагрузку 600 °С. В связи с этим целесообразно использование покрытий на основе никеля. Ni составляет основу большинства современных жаропрочных суперсплавов, используемых в теплоэнергетике [13–15], а технология нанесения гальванического Ni достаточно хорошо отработана [15–18].

При нанесении экспериментальных гальванических покрытий на образцы медных трубок технической меди М2 были использованы стандартные режимы осаждения и составы электролитов, содержащих Ni и Cr, рекомендуемые ГОСТ 9.305 и 9.306. При эксплуатации парогенератора покрытие практически не подвергается механическому воздействию, поэтому при работе оно не должно демонстрировать выдающиеся механические свойства. В то же время, при нанесении на криволинейную выпуклую поверхность в покрытии формируются внутренние растягивающие напряжения. По мере увеличения количества рабочих теплосмен их уровень возрастает. В связи с этим толщина исследуемого покрытия на паропроводе не должна быть слишком большой. Она принималась средней из рекомендуемых в литературе интервалов значений для никелевых гальванических покрытий, выполняющих защитно-декоративные функции, и составляла ориентировочный уровень 20 мкм.

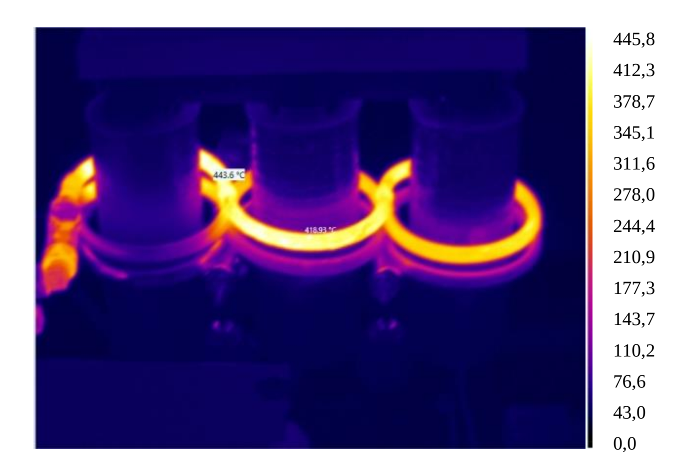


Рис. 2. ИК-изображение общего вида тепловых полей работающего пароперегревателя (окно программы «Fluke Connect», расположение змеевика аналогично изображенному на рис. 1 *а* (все значения — в градусах Цельсия)

Для изучения микроструктуры покрытий и топографии их поверхности использовался двулучевой (электронный/ионный) сканирующий электронный микроскоп ZEISS CrossBeam 340 (SEM), позволяющий с помощью ионного пучка (FIB) проводить травление и выполнять кросс-секции (сечения заданной конфигурации) образцов непосредственно в вакуумной камере микроскопа с высокой точностью позиционирования. Элементный состав исследуемых поверхностей контролировался с помощью энергодисперсионного рентгеновского детектора (EDAX) модели X-Max 50N (Oxford Instruments), встроенного в электронный микроскоп.

Исследование кинетики оксидирования покрытий было выполнено путем измерения массового показателя высокотемпературной газовой коррозии (прирост массы образца в результате нагрева и окисления). Для определения степени окисления медных образцов как с покрытием, так и без покрытий, все образцы взвешивались до и после опытов на разных этапах взаимодействия. Гравиметрические исследования проводились на аналитических весах марки «ВЛР-20» с точностью взвешивания 10^{-5} г.

Результаты исследования

1. Качественный анализ кинетики окисления. Особенности химического взаимодействия никеля с кислородом проявляются в том, что Ni образует две модификации монооксида: α-NiO с гексагональной решеткой (ниже 252 °C) и β-NiO с гранецентрированной кубической решеткой. Переход происходит при непрерывном нагреве в интервале 250–300 °C. Экспериментально было установлено, что при нагреве до 630 °C протекает диффузионный процесс через тонкую пленку монооксида NiO, выше 640 °C устанавливается химический процесс образования NiO, который при нагреве выше температур 800 °C может приводить к формированию оксида Ni_2O_3 [19].

Прикладной аспект использования теплостойкого никелевого покрытия на медной подложке осложняется двумя обстоятельствами: неограниченной растворимостью компонентов системы Cu-Ni (рис. 3) и возможностью эффекта взаимодиффузии Киркендалла [21, 22] на границе «Ni-покрытие — Cu-подложка». Эти явления, ввиду растворения меди в покрытии, работают в направлении снижении стойкости покрытия к оксидированию.

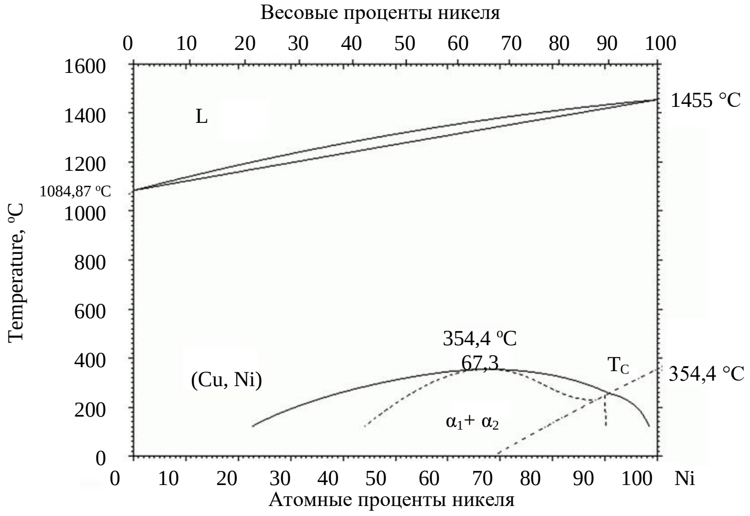
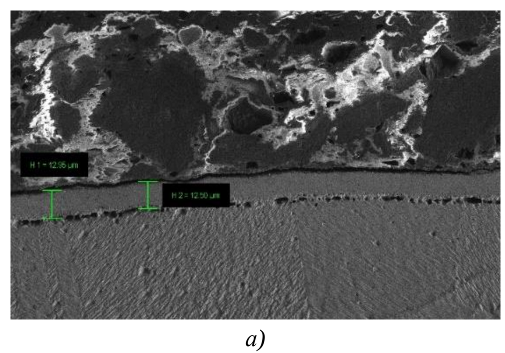
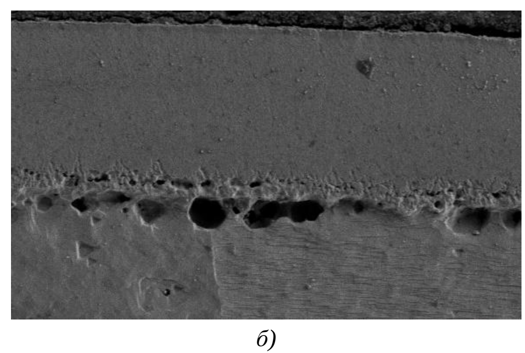


Рис. 3. Диаграмма фазовых состояний системы «медь-никель» [20]

С целью исключения негативного влияния указанных обстоятельств на устойчивость покрытия к оксидированию на опытных медных трубчатых образцах было сформировано комбинированное гальваническое покрытие системы Mo-Ni-Cr (рис. 4). Подслой Mo толщиной около 1,5 мкм на поверхности медной трубки (рис. 4 *б*) был сформирован для предотвращения диффузии Cu в Ni-покрытие при длительной эксплуатации паропровода ввиду практически нерастворимой системы компонентов Cu-Mo и ограниченной растворимости Ni-Mo [20]. Слой хрома толщиной 1,5 мкм на поверхности покрытия (рис. 4 *б*) выполнял роль индикатора процесса окисления (подробнее об этом см. далее). Общая толщина покрытия на экспериментальных образцах с покрытиями составляла 12–35 мкм. Элементное распределение в поперечном сечении исходного покрытия Mo-Ni-Cr (до начала эксперимента с нагревом образцов) представлено на рис. 5.



а)



б)

Рис. 4. Исходное покрытие Mo-Ni-C в поперечном сечении, SEM: *а* — покрытие с маркерами толщины; *б* — однородная микроструктура покрытия и водородная пористость на границе с подложкой

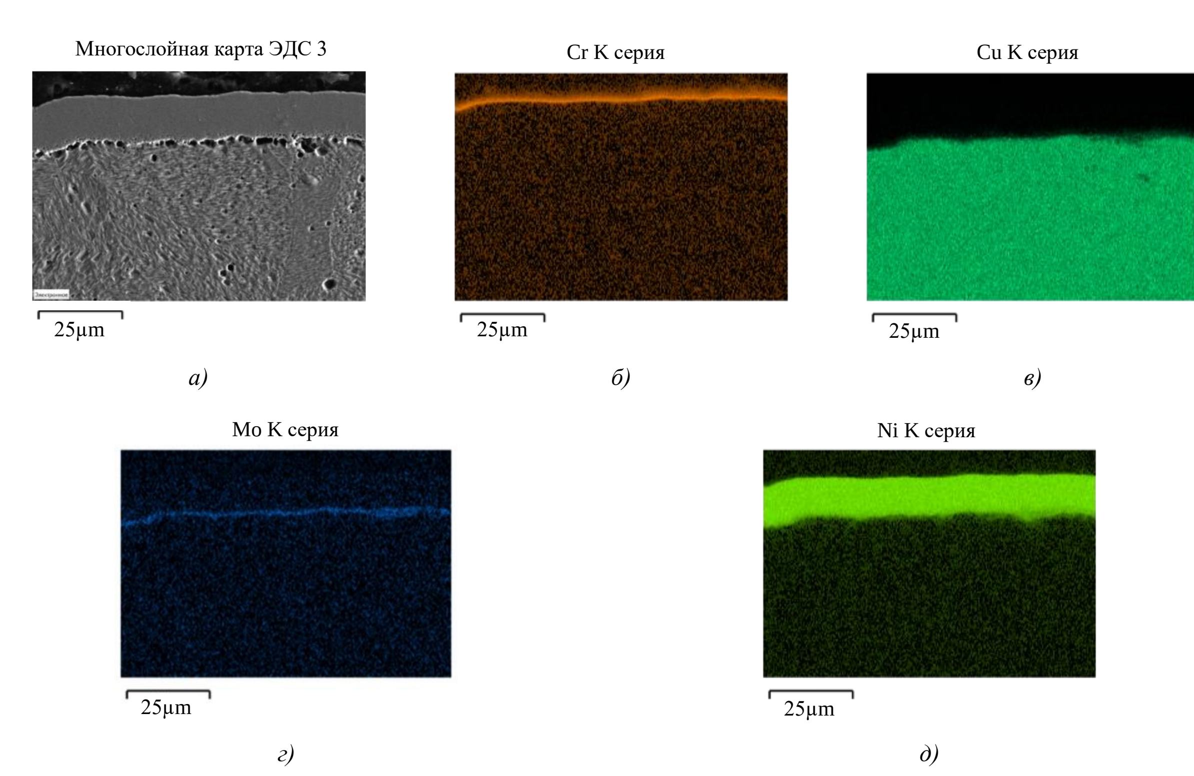


Рис. 5. Цветовые карты распределения химических элементов по глубине покрытия Mo-Ni-Cr, EDAX: *а* — общий вид покрытия в поперечном сечении (SEM); *б*–*д* — распределение элементов на снимке общего вида Cr (б), Cu (в), Mo (г), Ni (д)

Для экспериментального изучения кинетики окисления в условиях, максимально приближенных к условиям эксплуатации паропровода, образцы для исследования были изготовлены из медных трубок с соответствующими толщиной стенки и диаметром (рис. 6).

После нанесения покрытия по технологии, включающей элементы термической обработки [11], покрытие приобретает зеленоватый оттенок, характерный для монооксида никеля NiO. При эксплуатации паропровода покрытие наносится только на наружную (выпуклую) поверхность образцов. Однако для корректного определения прироста массы покрытия на экспериментальные образцы покрытие наносилось с обеих сторон.

Одновременный нагрев образцов из чистой меди и образцов с покрытием проводился при фиксированной температуре в интервале 350–1000 °C в печи SNOL 6,7/1300 (2,4 kW) в воздушной атмосфере. Выдержка при

http://vestnik-donstu.ru

заданной температуре составляла 30 мин. Для статистической картины эксперимента нагрев при каждой заданной температуре осуществлялся для 5–7 образцов при их раздельной загрузке в печь. Избирательные результаты эксперимента визуализированы на рис. 7.

Из полученных экспериментальных данных следует, что в условиях проведенного нагрева медь относительно теплостойка до температуры 300–350 °C. При этих температурах на медной поверхности, независимо от её кривизны, формируется плотная тонкая оксидная пленка коричневого цвета (рис. 7).

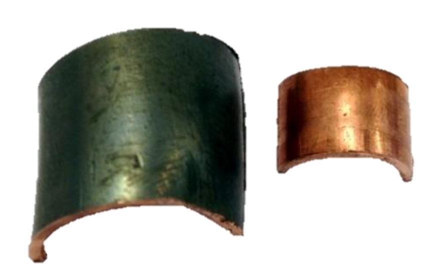


Рис. 6. Образцы для изучения кинетики окисления; показаны внешние поверхности эталонных образцов чистой меди (справа) и меди с покрытием Mo-Ni-Cr (слева), подготовленные для проведения экспериментов

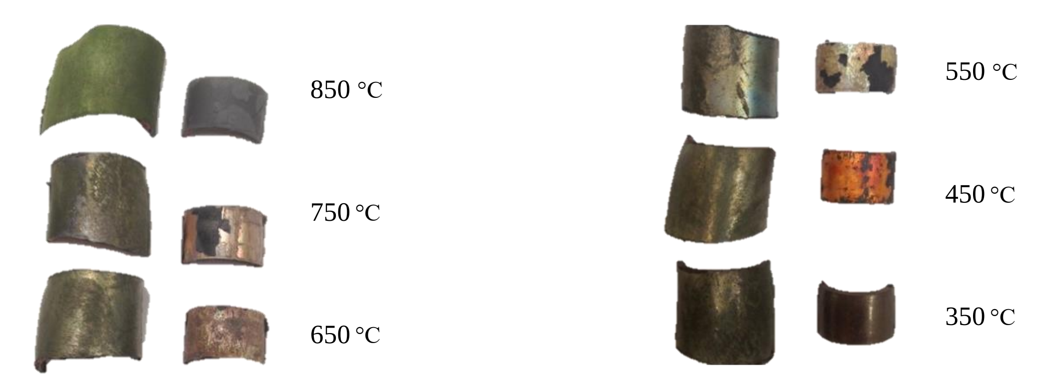
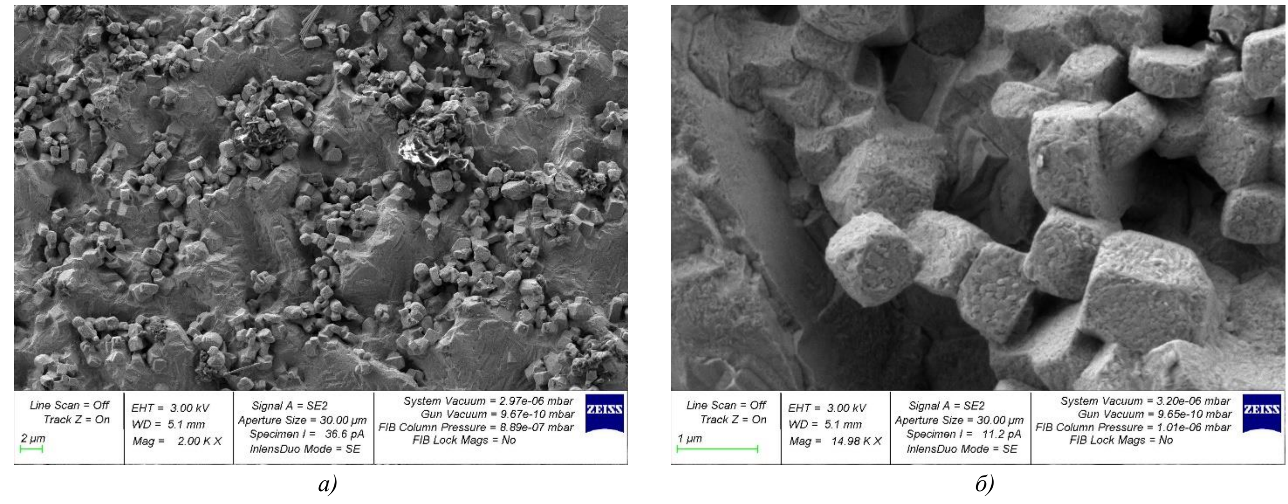


Рис. 7. Сравнение наружной поверхности образцов после нагрева до указанных температур: слева — образцы с покрытием, справа — образцы из чистой меди



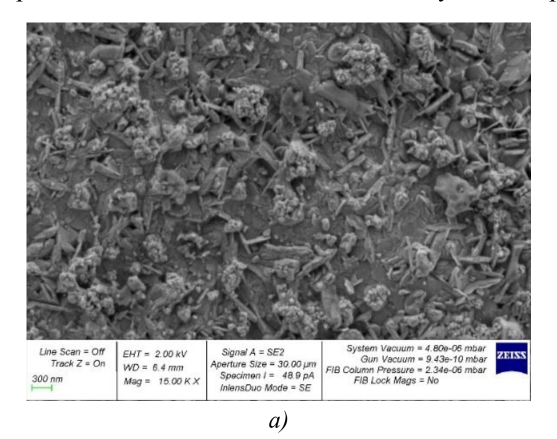
а) *б)*

Рис. 8. Медная поверхность образца, оксидированного при температуре 650 °C, SEM:
а — расположение кристаллов CuO на поверхности меди; *б* — морфология кристаллитов CuO

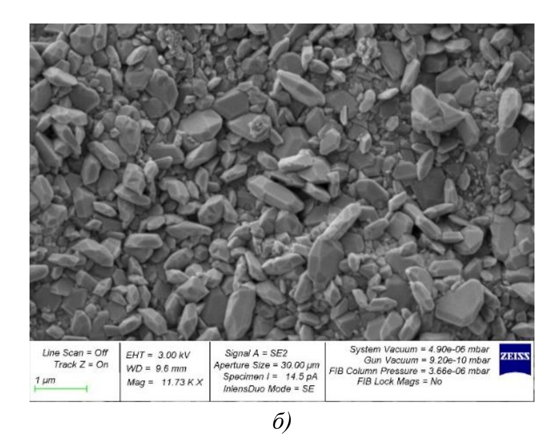
В соответствии с литературными данными [23, 24], она, по-видимому, является двухслойной: на поверхности образца расположен тонкий подслой Cu_2O, а снаружи находится слой CuO. В силу малой толщины последнего, внутренние напряжения в пленке невелики. Она имеет хорошую адгезию с подложкой, низкую шероховатость, не разрыхляется и не скалывается с поверхности. При повышении температуры нагрева ускоряется рост внешнего оксидного слоя CuO. Уже при температуре 450 °C он становится весьма рыхлым и осыпается с поверхности (рис. 1 *б*). При этом под ним обнаруживается подслой Cu_2O характерного красноватого оттенка (рис. 7). В процессе дальнейшего нагрева шелушение и осыпание слоя оксида CuO прогрессирует — он

практически не держится на поверхности вплоть до температур 650–700 °С. Это, по-видимому, обусловлено характером кристаллизации монооксида меди: его кристаллиты имеют строгую огранку, близкую к кубической (рис. 8 *б*), слабое сопряжение друг с другом и, главное, высокую неоднородность мест зарождения (рис. 8 *а*). Начиная от температуры нагрева ≈750 °С, оксидная пленка меди уплотняется, прочность её сцепления с поверхностью повышается. На вогнутой поверхности образцов за счет сжимающих конфигурационных напряжений пленка CuO держится достаточно прочно или может отслаиваться целиком со всей поверхности образца не рассыпаясь. При температурах 800–900 °С оксидная пленка CuO ведет себя аналогично и на внешней (выпуклой) поверхности образцов.

Поверхность образцов с покрытием Mo-Ni-Cr практически не меняется вплоть до температуры нагрева 750 °С. При дальнейшем нагреве выше 800 °С покрытие сначала покрывается пленкой оксида Cr_2O_3, имеющим характерный ярко-зеленый цвет (рис. 7). Затем, при температурах нагрева выше 900 °С, окисляются и более глубокие слои покрытия. Амфотерный оксид хрома Cr_2O_3 (рис. 9 *б*) по своей морфологии и характеру кристаллизации принципиально отличается от монооксида меди CuO (рис. 8). Кристаллы оксида Cr_2O_3 имеют характерную форму многогранника с преобладанием кристаллитов призматической формы. Благодаря большому разбросу кристаллитов по размерам, они, в отличие от монооксида меди, формируют на поверхности слой с высокой плотностью укладки кристаллитов.



а)



б)

Рис. 9. Поверхность образцов с покрытием Mo-Ni-Cr, SEM:
а — после нагрева до температуры 650 °С; *б* — после нагрева до температуры 850 °С

Если до начала окисления слоя хрома (ниже 800 °С) поверхность покрытия имеет весьма слабовыраженный характер кристалличности (рис. 9 *а*), то появление оксида Cr_2O_3 придает поверхности хрестоматийный поликристаллический вид (рис. 9 *б*). В целом по сечению никелевое покрытие свой состав и строение не меняет вплоть до температуры 850 °С (рис. 10). Химический состав поверхности покрытия при этой температуре свидетельствует о начальной степени окисления слоя хрома. Наличие тонкого слоя окиси хрома на поверхности подтверждается данными энергодисперсионного анализа (EDAX) как по глубине покрытия, так и по поверхности. Из рис. 11 видно, что кислород сосредоточен в значительно более узком поверхностном слое (~1 мкм), чем слой хрома (~3 мкм), что характеризует начальную стадию окисления.

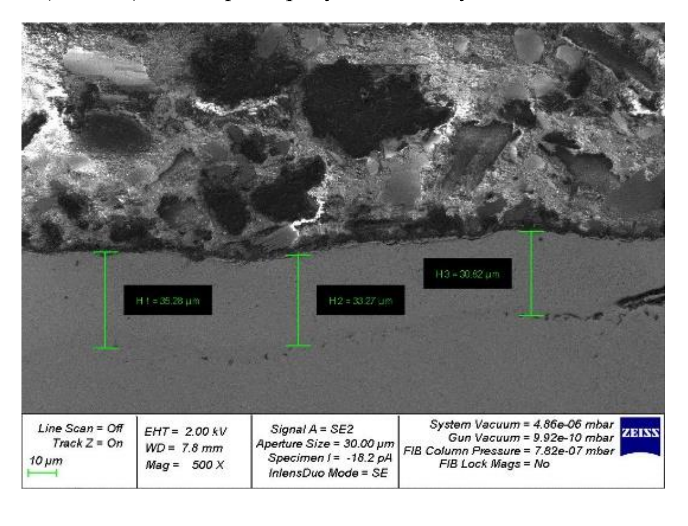


Рис. 10. Толщина и структура покрытия Mo-Ni-Cr в поперечном сечении после нагрева до 850 °С, SEM

http://vestnik-donstu.ru

В целях сокращения объема статьи данные EDAX приводятся не полностью. Его результаты свидетельствуют о том, что количество кислорода на поверхности возрастает с 30 до 50 ат. % за счет аналогичного снижения концентрации хрома, что указывает на окисление именно хрома (т.к. концентрация Ni при нагреве от 650 °С до 850 °С не меняется, а присутствие Ni в результатах детектирования обусловлено проникновением рентгеновского излучения при EDAX-анализе сквозь тонкий слой хрома в никелевую основу покрытия). Состав оксидов соответствует соединению Cr_2O_3.

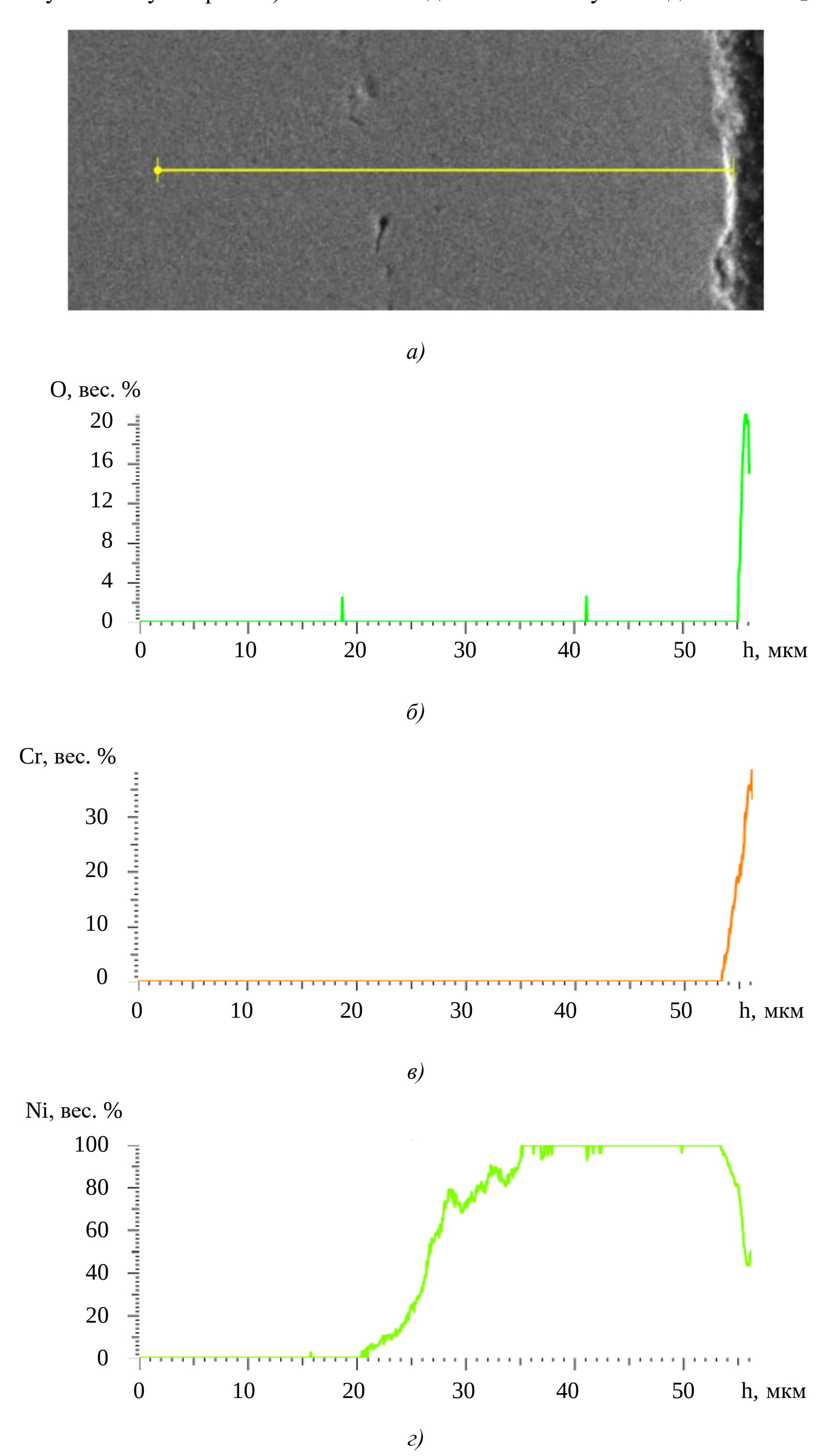
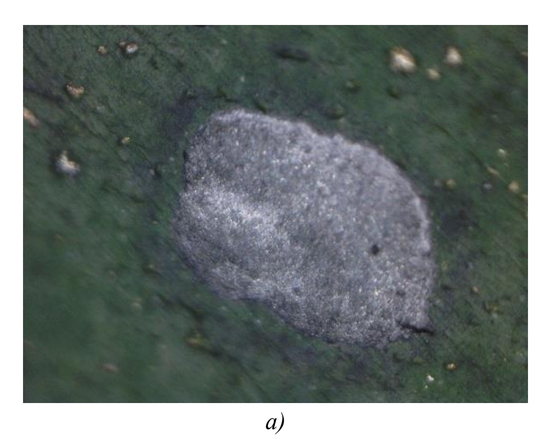
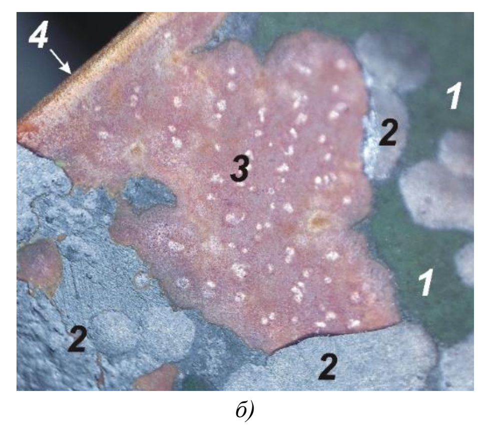


Рис. 11. Распределение основных химических элементов в покрытии Mo-Ni-Cr по глубине h после нагрева до 850 °С, EDAX: *а* — покрытие в сечении, показано направление сканирования (SEM); *б*–*г* — содержание элементов по направлению сканирования: *б* — кислорода; *в* — хрома; *г* — никеля

Все стадии процесса окисления покрытия представлены на рис. 12. При температуре выше 800 °С поверхность покрытия начинает окисляться, на что указывает изменение его цвета — покрытие приобретает цвет «кенсингтонской зелени».





а) б)

Рис. 12. Последовательные стадии окисления никелевого покрытия, оптическая микроскопия, ×100:
а — начальная стадия: прорастание оксида никеля (темно-серые выделения) на поверхность оксида хрома (зеленое поле) при 850 °C; *б* — заключительная стадия: собирательная фазовая картина в области скола покрытия при 1000 °C, где: 1 — оксид хрома Cr_2O_3; 2 — оксид никеля Ni_2O_3; 3 — поверхность меди (скол покрытия); 4 — край образца

Этот цвет соответствует оксиду хрома Cr_2O_3. Уже при температуре 850 °C на поверхности покрытия можно встретить редкие единичные образования оксида никеля Ni_2O_3 (на рис. 12 *а* серого цвета), которые при дальнейшем нагреве постепенно увеличивают свою площадь, занимаемую на поверхности. По мере их роста, который преимущественно распространяется тангенциально поверхности, под действием внутренних напряжений оксидная пленка Ni_2O_3 трескается и затем скалывается, обнажая поверхность подложки — чистой меди красноватого оттенка (рис. 12 *б*).

Таким образом, основным результатом этой части исследований следует считать экспериментально установленные температурные интервалы допустимого применения материалов для изготовления паропровода парогенератора. Так, медный паропровод без покрытий работоспособен до температуры 300 °C и может быть использован только для генерации влажного (не перегретого) пара. Начиная с температуры ~400 °C и до ~700 °C формирующаяся оксидная пленка CuO очень рыхлая и легко осыпается с поверхности меди. При более высоких температурах пленка уплотняется, становится толще и адгезия её к медной подложке возрастает. Однако она по-прежнему склонна к скалыванию в процессе теплосмен. Её наличие на поверхности паропровода существенно замедляет теплоотвод, а продолжающиеся при нагреве химические реакции высокотемпературной газовой коррозии работают в направлении уменьшения толщины трубопровода. Ввиду неоднородности протекающих процессов эксплуатация паропровода в таких условиях становится непредсказуемой с точки зрения аварийных ситуаций. Использование комбинированного гальванического покрытия системы Mo-Ni-Cr повышает работоспособность паропровода до температуры 750–800 °C. При достижении температуры ~850 °C покрытие начинает окисляться наравне с медью. При 950 °C и выше окисленное покрытие проявляет склонность к скалыванию и его эксплуатация подвержена тем же рискам, что и медный трубопровод. Отличительной особенностью исследованного покрытия является самотестирование: если в процессе эксплуатации температура нагрева превышает 800 °C, то поверхностный слой хрома окрашивает покрытие в ярко-зеленый цвет и сигнализирует об опасности перегрева. Индикаторный слой гальванического хрома после окисления может быть легко восстановлен и эксплуатация паропровода после этого продолжится.

Количественный анализ кинетики окисления

В рамках выполненных исследований был проведен также количественный анализ кинетики оксидирования образцов из чистой меди и образцов с покрытием Mo-Ni-Cr. В качестве измеряемого параметра использован наблюдавшийся в процессе нагрева удельный прирост массы $M=\Delta m/S$, где Δm — увеличение массы образца, г; S — площадь окисленной поверхности образца, см^2. В ходе нагрева трубчатых образцов из чистой меди и образцов с покрытием, проведенного по описанной выше методике качественного анализа, были получены экспериментальные данные значений M, представленные в таблицах 1 и 2.

В таблицах приведены интервалы разброса полученных данных для фиксированных значений температур нагрева (таблица 1) или времени выдержки в печи (таблица 2), а также среднее значение M из каждого интервала.

Статистическая обработка данных, приведенных в таблицах 1 и 2, выполненная с помощью пакета прикладных программ MathCAD, включавших процедуры интерполяции, позволила получить кинетические зависимости, показанные на рис. 13 и 14. Прямолинейные графики полученных зависимостей,

http://vestnik-donstu.ru

представленные на рис. 13 *б* в «аррениусовых координатах» (*–ln M – 1000/T*), характеризуют параболический закон окисления меди при температурах выше 350 °С и никеля при температурах выше 750 °С [19, 25–27].

Таблица 1

Экспериментальные данные удельного прироста массы образцов
при печном нагреве в воздушной атмосфере в течение 30 мин

№ эксперимента п/п	Температура в печи, °С	Удельный прирост массы *M*, 10^{-5} г/см^2	
		Медная трубка без покрытия	Медная трубка с Ni-покрытием*
1	350	1,35 ± 0,31	–
2	450	6,23 ± 1,37	–
3	550	24,73 ± 3,60	–
4	650	58,51 ± 9,02	1,52 ± 0,24
5	750	138,88 ± 17,85	4,25 ± 0,58
6	850	241,03 ± 25,25	13,12 ± 1,08
7	1000	564,70 ± 49,76	35,71 ± 2,78

* за критерий отсутствия окисления (прочерк в таблице) принимался минимальный, измеряемый на используемых аналитических весах, прирост массы, равный 10^{-5} г

Таблица 2

Экспериментальные данные удельного прироста массы образцов
при различном времени выдержки в воздушной атмосфере печи

№ эксперимента п/п	Время выдержки в печи, мин	Удельный прирост массы *M*, 10^{-5} г/см^2	
		Медная трубка без покрытия при 600 °С	Медная трубка с Ni-покрытием при 800 °С
1	5	13,68 ± 2,02	3,03 ± 0,41
2	15	29,43 ± 4,15	5,93 ± 0,54
3	30	35,76 ± 4,84	7,11 ± 0,67

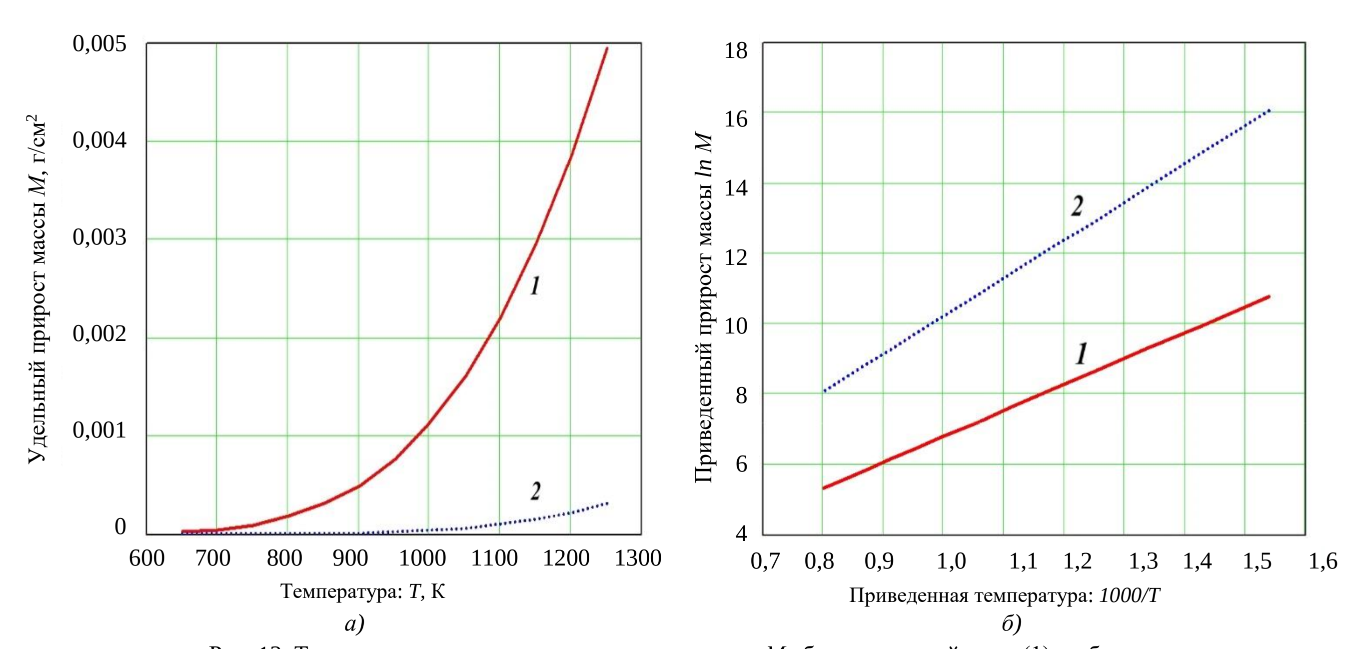


Рис. 13. Температурные зависимости прироста массы *M* образцов чистой меди (1) и образцов с покрытием Mo-Ni-Cr (2): *а* — в абсолютных единицах; *б* — в относительной координатной системе

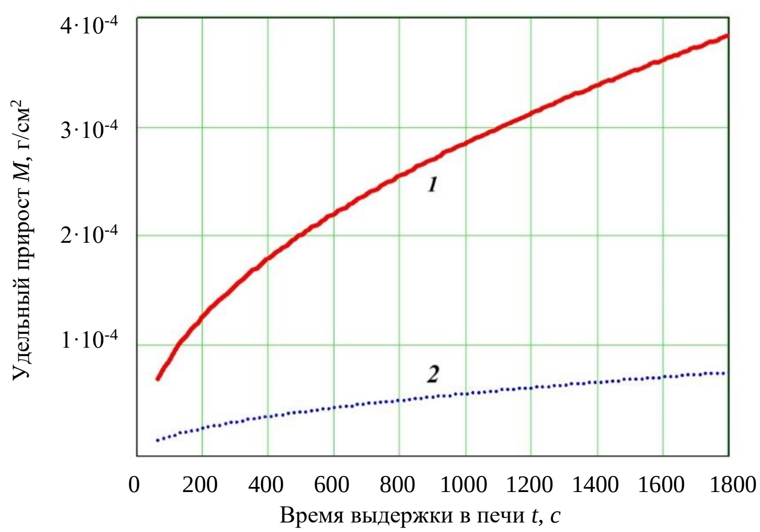


Рис. 14. Кинетика изменения во времени прироста массы *M* образцов чистой меди:
1 — при 600 °C; 2 — образцов с покрытием Mo-Ni-Cr при 800 °C

Рост оксидных пленок по квадратичным законам происходит с образованием однофазных диффузионных зон, в рассматриваемом случае состоящих из оксидов CuO и NiO соответственно. Он приводит к быстрому увеличению толщины пленок, накоплению в них напряжений, растрескиванию и скалыванию. Дополнительный вклад в ускорение этого процесса вносит криволинейная наружная поверхность медной трубки [28, 29].

Обсуждение и заключение

1. Выполненный комплекс исследований показал, что гальваническое комбинированное покрытие системы Mo-Ni-Cr является достаточно эффективной защитой медного паропровода от окисления. Покрытие способно обеспечить длительную работоспособность парогенератора вплоть до температур нагрева 750–800 °C.

2. Длительная теплостойкость покрытия обеспечивается внутренним слоем Ni с рекомендуемой толщиной 20–30 мкм. Исследование кинетики оксидирования покрытия, выполненное методами оптической и электронной микроскопии, энергодисперсионного анализа, а также с использованием методик прецизионного определения параметров роста оксидных пленок, показало, что никелевое покрытие индифферентно к нагреву вплоть до температур 600–650 °C. В интервале температур 700–900 °C окисление покрытия происходит с образованием монооксида NiO по параболическому закону. При более высоких температурах окисление прогрессирует за счет формирования пленки оксида Ni_2O_3, что достаточно быстро приводит к её росту, растрескиванию и скалыванию.

3. Комбинированная архитектура исследованного никелевого покрытия включает два тонких слоя Mo и Cr. Подслой Mo толщиной около 1,5 мкм расположен на поверхности медной трубки (подложки). Его функция — в предотвращении взаимной диффузии Ni и Cu на границе «покрытие-подложка» при длительной эксплуатации парогенератора, поскольку растворение меди снижает термостойкость никеля и нарушает работоспособность покрытия. Наружный слой хрома толщиной 2–3 мкм выполняет роль индикатора степени окисления покрытия. Первым признаком избыточной окисленности покрытия является появление ярко зеленого оттенка на поверхности покрытия, что связано с образованием оксида хрома Cr_2O_3 при температурах ≥800 °C. Индикатор перегрева — слой хрома — легко обновляем и способствует лонгированию жизненного цикла парогенератора.

Список литературы

1. Knauschner A. *Oberflächenveredeln und Plattieren von Metallen*. Leipzig: VEB Deutscher Verlag Grundstoffindustrie; 1982. 416 p.

2. Stock J.T., Orna M.V. (eds.). *Electrochemistry, Past and Present*. Washington, DC: American Chemical Society; 1989. 606 p.

3. Гамбург Ю.Д. *Гальванические покрытия*. Москва: Техносфера; 2006. 216 с. URL: https://www.elec.ru/files/2019/09/23/Galvanicheskie_pokrytia_Spravochnik_po_primeneniyu.PDF (дата обращения: 10.02.2023).

4. Андреев Ю.Я. *Электрохимия металлов и сплавов*. Москва: МИСиС; 2011. 256 с.

5. Ujjal Kumat Sur (ed.). *Recent Trend in Electrochemical Science and Technology*. London: IntechOpen; 2012. 318 p. https://doi.org/10.5772/1891

6. Djokic S.S. (ed.). *Modern Aspects of Electrochemistry*. New York, NY: Springer; 2014. P. 1–84.

http://vestnik-donstu.ru

7. Song Liu, Yaping Wei, Shiqiang Chen, et al. Development and Application of an Ultrahigh-Temperature Steam Generator. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2020;2020:4243170. https://doi.org/10.1155/2020/4243170

8. Weitzel P.S., Tanzosh J.M., Boring B., et al. *Advanced Ultra-Supercritical Power Plant (700 to 760 ℃) Design for Indian Coal*. In: Proc. POWER-GEN Asia Conference and Exhibition. Bangkok, 2012. P. 281–291.

9. Wang Chongbin, Xu Xueyuan, Zhu Yufeng, et al. Research on the Heating Surface Material Properties for 700 °C USC Boiler. In book: *Energy Materials*. Cham: Springer; 2014. P. 151–159. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-48765-6_16 (accessed: 10.02.2023).

10. Booras G.S., Powers J.M., Riley C., et al. *Engineering and Economic Analysis of an Advanced Ultra-Supercritical Pulverized Coal Power Plant with and without Post-Combustion Carbon Capture*. Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute; 2015. 111 p.

11. Шипилов В.М. и др. *Электрический пароперегреватель.* Патент РФ, № 2736270. 2020. 11 с.

12. *Тепловизор Fluke Ti401 PRO.* URL: https://fluke-russia.ru/catalog/teplovizor-fluke-ti401-pro (дата обращения 02.02.2023).

13. Sims Ch.N., et al. (eds.). *Superalloys II: High-Temperature Materials for Aerospace and Industrial Power*. New York, NY: John Wiley & Sons; 1987. 640 p.

14. Reed R.C. *The Superalloys. Fundamentals and Applications.* Cambridge: Cambridge University Press; 2006. 372 p. https://doi.org/10.1017/CBO9780511541285

15. Toshio Narita, et al. Advanced Coatings on High Temperature Applications. *Materials Science Forum*. 2006;522–523:1–14. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.522-523.1

16. Yuebo Zhou, Peng X., Wang F. Oxidation of a Novel Electrodeposited Ni–Al Nanocomposite Film at 1050 °C. *Scripta Materialia*. 2004;50(12):1429–1433. https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2004.03.014

17. Karimzadeh A., Aliofkhazraei M., Walsh F.C. A Review of Electrodeposited Ni–Co Alloy and Composite Coatings: Microstructure, Properties and Applications. *Surface Coatings Technology*. 2019;372:463–498. https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2019.04.079

18. Morteza Alizadeh, Abbas Cheshmpish. Electrodeposition of Ni–Mo/Al2O3 Nano-Composite Coatings at Various Deposition Current Densities. *Applied Surface Science*. 2019;466:433–440. https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2018.10.073

19. Рябухин А.Г., Новоселова Е.Г., Самарин И.И. Окисление никеля на воздухе с образованием тонких пленок. *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия Металлургия*. 2005;10:34–40.

20. *Фазовые диаграммы двойных систем*. URL: https://himikatus.ru/art/phase-diagr1/diagrams.php (дата обращения: 10.02.2023).

21. Bhadeshia H.K.D.H. *Kirkendall Effect*. University of Cambridge. URL: http://www.phase-trans.msm.cam.ac.uk/kirkendall.html (accessed: 10.02.2023).

22. Hideo Nakajima. The Discovery and Acceptance of the Kirkendall Effect. *Journal of The Minerals, Metals & Materials Society (JOM).* 1997;49(6):15–19. https://doi.org/10.1007%2Fbf02914706

23. Yao Zhi Hu, Rahul Sharangpani, Sing-Pin Tay. Kinetic Investigation of Copper Film Oxidation by Spectroscopic Ellipsometry and Reflectometry. *Journal of Vacuum Science & Technology A*. 2000;18(5):2527–2532. https://doi.org/10.1116/1.1287156

24. Avetisyan A.G., Chatilyan H.A., Kharatyan S.L. Кинетические особенности начальных стадий высокотемпературного окисления меди. *Chemical Journal of Armenia*. 2013;66(3):407–415. URL: https://www.researchgate.net/publication/271459151 (accessed: 10.02.2023).

25. Haugsrud R. On the High-Temperature Oxidation of Nickel. *Corrosion Science*. 2003;45(1):211–235. https://doi.org/10.1016/S0010-938X(02)00085-9

26. Mrowec S., Grzesik Z. Oxidation of Nickel and Transport Properties of Nickel Oxide. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*. 2004;65(10):1651–1657. https://doi.org/10.1016/j.jpcs.2004.03.011

27. Avetisyan A.G., Chatilyan H.A., Kharatyan S.L. Кинетические особенности начальных стадий высокотемпературного окисления никеля. *Chemical Journal of Armenia*. 2014;67(1):27–35. URL: https://www.researchgate.net/publication/271458661 (accessed: 10.02.2023).

28. Karmhag R., Tesfamichael T., Wäckelgard E., et al. Oxidation Kinetics of Nickel Particles: Comparison Between Free Particles and Particles in an Oxide Matrix. *Solar Energy*. 2000;68(4):329–333. https://doi.org/10.1016/S0038-092X(00)00025-6

29. Lei Zhou, Ashish Rai, Nicholas Piekiel, et al. Ion-Mobility Spectrometry of Nickel Nanoparticle Oxidation Kinetics: Application to Energetic Materials. *Journal of Physical Chemistry C*. 2008;112(42):16209–16218. https://doi.org/10.1021/jp711235a

References

1. Knauschner A. *Oberflächenveredeln und Plattieren von Metallen*. Leipzig: VEB Deutscher Verlag Grundstoffindustrie; 1982. 416 p.

2. Stock JT, Orna MV (eds.). *Electrochemistry, Past and Present.* Washington, DC: American Chemical Society; 1989. 606 p.

3. Gamburg YuD. *Gal'vanicheskie pokrytiya*. Moscow: Tekhnosfera; 2006. 216 p. (In Russ.) https://www.elec.ru/files/2019/09/23/Galvanicheskie_pokrytia_Spravochnik_po_primeneniyu.PDF (accessed: 10.02.2023).

4. Andreev YuYa. *Ehlektrokhimiya metallov i splavov*. Moscow: MISiS; 2011. 256 p. (In Russ.)

5. Ujjal Kumat Sur (ed.). *Recent Trend in Electrochemical Science and Technology*. London: IntechOpen; 2012. 318 p. https://doi.org/10.5772/1891

6. Djokic SS (ed.). *Modern Aspects of Electrochemistry*. New York, NY: Springer; 2014. P. 1–84.

7. Song Liu, Yaping Wei, Shiqiang Chen, et al. Development and Application of an Ultrahigh-Temperature Steam Generator. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2020;2020:4243170. https://doi.org/10.1155/2020/4243170

8. Weitzel PS, Tanzosh JM, Boring B, et al. *Advanced Ultra-Supercritical Power Plant (700 to 760 ℃) Design for Indian Coal*. In: Proc. POWER-GEN Asia Conference and Exhibition. Bangkok, 2012. P. 281–291.

9. Wang Chongbin, Xu Xueyuan, Zhu Yufeng, et al. Research on the Heating Surface Material Properties for 700 °C USC Boiler. In book: *Energy Materials*. Cham: Springer; 2014. P. 151–159. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-48765-6_16 (accessed: 10.02.2023).

10. Booras GS, Powers JM, Riley C, et al. *Engineering and Economic Analysis of an Advanced Ultra-Supercritical Pulverized Coal Power Plant with and without Post-Combustion Carbon Capture*. Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute; 2015. 111 p.

11. Shipilov VM, et al. *Ehlektricheskii paroperegrevatel'.* RF Patent, No. 2736270. 2020. 11 p. (In Russ.)

12. *Teplovizor Fluke Ti401 PRO*. URL: https://fluke-russia.ru/catalog/teplovizor-fluke-ti401-pro (In Russ.) (accessed: 02.02.2023).

13. Sims ChN, et al. (eds.). *Superalloys II: High-Temperature Materials for Aerospace and Industrial Power*. New York, NY: John Wiley & Sons; 1987. 640 p.

14. Reed RC. *The Superalloys. Fundamentals and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press; 2006. 372 p. https://doi.org/10.1017/CBO9780511541285

15. Toshio Narita, et al. Advanced Coatings on High Temperature Applications. *Materials Science Forum*. 2006;522–523:1–14. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.522-523.1

16. Yuebo Zhou, Peng X, Wang F. Oxidation of a Novel Electrodeposited Ni–Al Nanocomposite Film at 1050 °C. *Scripta Materialia*. 2004;50(12):1429–1433. https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2004.03.014

17. Karimzadeh A, Aliofkhazraei M, Walsh FC. A Review of Electrodeposited Ni–Co Alloy and Composite Coatings: Microstructure, Properties and Applications. *Surface Coatings Technology*. 2019;372:463–498. https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2019.04.079

18. Morteza Alizadeh, Abbas Cheshmpish. Electrodeposition of Ni–Mo/Al2O3 Nano-Composite Coatings at Various Deposition Current Densities. *Applied Surface Science*. 2019;466:433–440. https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2018.10.073

19. Ryabukhin AG, Novoselova EG, Samarin II. Okislenie nikelya na vozdukhe s obrazovaniem tonkikh plenok. *Bulletin of the South Ural State University. Series "Metallurgy".* 2005;10:34–40. (In Russ.)

20. *Fazovye diagrammy dvoinykh system*. URL: https://himikatus.ru/art/phase-diagr1/diagrams.php (In Russ.) (accessed: 10.02.2023).

21. Bhadeshia HKDH. *Kirkendall Effect*. University of Cambridge. URL: http://www.phase-trans.msm.cam.ac.uk/kirkendall.html (accessed: 10.02.2023).

22. Hideo Nakajima. The Discovery and Acceptance of the Kirkendall Effect. *Journal of The Minerals, Metals & Materials Society (JOM).* 1997;49(6):15–19. https://doi.org/10.1007%2Fbf02914706

23. Yao Zhi Hu, Rahul Sharangpani, Sing-Pin Tay. Kinetic Investigation of Copper Film Oxidation by Spectroscopic Ellipsometry and Reflectometry. *Journal of Vacuum Science & Technology A*. 2000;18(5):2527–2532. https://doi.org/10.1116/1.1287156

24. Avetisyan AG, Chatilyan HA, Kharatyan SL. Kineticheskie osobennosti nachal'nykh stadii vysokotemperaturnogo okisleniya medi. *Chemical Journal of Armenia*. 2013;66(3):407–415. URL: https://www.researchgate.net/publication/271459151 (In Russ.) (accessed: 10.02.2023).

25. Haugsrud R. On the High-Temperature Oxidation of Nickel. *Corrosion Science*. 2003;45(1):211–235. https://doi.org/10.1016/S0010-938X(02)00085-9

26. Mrowec S, Grzesik Z. Oxidation of Nickel and Transport Properties of Nickel Oxide. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*. 2004;65(10):1651–1657. https://doi.org/10.1016/j.jpcs.2004.03.011

http://vestnik-donstu.ru

27. Avetisyan A, Chatilyan NA, Kharatyan SL. Kineticheskie osobennosti nachal'nykh stadii vysokotemperaturnogo okisleniya nikelya. *Chemical Journal of Armenia*. 2014;67(1):27–35. URL: https://www.researchgate.net/publication/271458661 (accessed: 10.02.2023).

28. Karmhag R, Tesfamichael T, Wäckelgard E, et al. Oxidation Kinetics of Nickel Particles: Comparison Between Free Particles and Particles in an Oxide Matrix. *Solar Energy*. 2000;68(4):329–333. https://doi.org/10.1016/S0038-092X(00)00025-6

29. Lei Zhou, Ashish Rai, Nicholas Piekiel, et al. Ion-Mobility Spectrometry of Nickel Nanoparticle Oxidation Kinetics: Application to Energetic Materials. *Journal of Physical Chemistry C*. 2008;112(42):16209–16218. https://doi.org/10.1021/jp711235a

Поступила в редакцию 13.03.2023
Поступила после рецензирования 29.03.2023
Принята к публикации 05.04.2023

Об авторах:

Валерий Николаевич Варавка, доктор технических наук, профессор кафедры материаловедения и технологии металлов, директор НОЦ «Материалы» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1) ResearcherID, ScopusID, ORCID, AuthorID, varavkavn@gmail.com

Олег Вячеславович Кудряков, доктор технических наук, профессор кафедры материаловедения и технологии металлов Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1) ResearcherID, ScopusID, ORCID, AuthorID, kudryakov@mail.ru

Вячеслав Игоревич Грищенко, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой гидравлики, гидропневмоавтоматики и тепловых процессов, руководитель ИТЦ «Спектр», Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1) ResearcherID, ScopusID, ORCID, AuthorID, vig84@yandex.ru

Заявленный вклад соавторов:

В.Н. Варавка — научное руководство, формирование основной концепции, цели и задачи исследования, обсуждение результатов, подготовка текста, формирование выводов.

О.В. Кудряков — планирование и организация экспериментов, проведение металлофизических исследований, анализ полученных результатов, корректировка выводов.

В.И. Грищенко — подготовка экспериментальной базы, образцов и оборудования, техническое руководство процессом экспериментальных исследований, выполнение расчетов, обсуждение результатов.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Received 13.03.2023
Revised 29.03.2023
Accepted 05.04.2023

About the Authors:

Valeriy N. Varavka, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Materials Science and Technology of Metals Department, Head of “Materials” Research and Educational Center, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF) ResearcherID, ScopusID, ORCID, AuthorID, varavkavn@gmail.com

Oleg V. Kudryakov, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Materials Science and Technology of Metals Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF) ResearcherID, ScopusID, ORCID, AuthorID, kudryakov@mail.ru

Vyacheslav I. Grishchenko, Head of the Hydraulics, Hydropneumoautomatics and Heat Management Department, Head of “Spektr” Technical Engineer Center, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor, ResearcherID, ScopusID, ORCID, AuthorID, vig84@yandex.ru

Claimed contributorship:

VN Varavka: academic advising; basic concept formulation; research objectives and tasks; discussion of the results; text preparation; formulation of conclusions.

OV Kudryakov: planning and organization of experiments; conducting metal-physical studies; analysis of the results obtained; correction of the conclusions.

VI Grishchenko: preparation of the experimental base, samples and equipment; technical management of the experimental research process; computational analysis; discussion of the results.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



Check for updates

УДК 621.9
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-155-168

Научная статья

Комплексная оценка производственной технологичности изделий


П.Ю. Бочкарев[1,2], Р.Д. Королев[1,3], Л.Г. Бокова[4]

[1] Камышинский технологический институт — филиал Волгоградского государственного технического университета, г. Камышин, Российская Федерация
[2] Вавиловский университет, г. Саратов, Российская Федерация
[3] ООО «ЭКС-ФОРМА», г. Саратов, Российская Федерация
[4] Саратовский государственный технический университет имени Ю. А. Гагарина, г. Саратов, Российская Федерация
bpy@mail.ru

Аннотация
Введение. Оценка производственной технологичности изготавливаемых изделий — этап технологической подготовки и ключевой аспект развития современных производственных механообрабатывающих систем — является актуальной задачей современного машиностроения. В этой связи теоретические и практические исследования по разработке методических подходов к определению весовой значимости количественных показателей при оценке производственной технологичности деталей являются весьма актуальными. Целью представленной работы явилась разработка метода оценки, нацеленного на повышение качества обработки деталей и эффективности функционирования многономенклатурных производственных систем на основе разработки дополнительных количественных показателей оценки производственной технологичности.
Материалы и методы. Для оценки влияния количественных производственных показателей, связанных с затратами времени при простое оборудования, создана модель прогнозирования потоков событий поступления партий деталей на изготовление на определенную операцию и потоков обработанных деталей с использованием аппарата теории массового обслуживания. Такой подход позволяет учесть, как конструкторско-технологические характеристики деталей, особенности конкретной производственной системы, так и складывающуюся производственную ситуацию.
Результаты исследования. Посредством оценки возможного влияния на составляющие при расчете штучно-калькуляционного времени ($T_{шт.к.}$) на уровне технологической операции была определена степень влияния показателей технологичности. Установлены взаимосвязи между показателями технологичности и затратами по всем статьям технологической себестоимости обработки заготовки ($C_{ОП}$), а также затратами, связанными с организационными простоями оборудования ($C_{пр.о.i}$). С помощью применения аппарата парных сравнений при принятии решений применительно ко всем структурным элементам производственных затрат определена степень влияния показателей технологичности относительно других показателей.
Обсуждение и заключение. Описан подход к выполнению данной проектной процедуры, позволяющий учитывать состав и возможности технологического оборудования конкретного производства и реально складывающуюся производственную ситуацию. Разработанные формализованные модели позволяют комплексно спрогнозировать влияние показателей технологичности деталей на эффективность функционирования механообрабатывающих систем при их изготовлении.

Ключевые слова: технологическая подготовка производства, оценка технологичности изделий, количественные показатели производственной технологичности, механообрабатывающие производственные системы, эффективность функционирования производства

Благодарности: авторы выражают благодарность редакции и рецензенту за внимательное отношение к статье и высказанные предложения, которые позволили повысить ее качество.

© Бочкарев П.Ю., Королев Р.Д., Бокова Л.Г., 2023

Для цитирования. Бочкарев П.Ю. Королев Р.Д., Бокова Л.Г. Комплексная оценка производственной технологичности изделий. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2):155–168. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-155-168

Original article

Comprehensive Assessment of the Manufacturability of Products

Peter Yu. Bochkaryov[1, 2] ✉, **Richard D. Korolev**[1, 3], **Larisa G. Bokova**[4]
[1] Kamyshin Technological Institute, VSTU branch, Kamyshin, Russian Federation
[2] Saratov State Vavilov Agrarian University, Saratov, Russian Federation
[3] OOO PCF "Ex-Form", Saratov, Russian Federation
[4] Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russian Federation
✉ bpy@mail.ru

Abstract
Introduction. The assessment of the manufacturability of products – as a stage of production planning and a key aspect of the development of modern industrial machining systems — is an urgent task of modern mechanical engineering. In this regard, theoretical and practical research on the development of methodological approaches to determining the weight significance of quantitative indicators in assessing the manufacturability of parts is highly relevant. The objective of the presented work was to develop an evaluation method aimed at improving the quality of part processing and the effectiveness of the performance of multiproduct manufacturing systems based on the development of additional quantitative indicators for assessing production manufacturability.
Materials and Methods. To assess the impact of quantitative production indicators associated with time spent during equipment downtime, a model was created. It was aimed at predicting event flows of delivery of batches of parts for manufacturing for a specific operation and flows of processed parts using the queuing theory apparatus. This approach makes it possible to take into account both the design-engineering characteristics of parts, the features of a particular production system, and the emerging manufacturing situation.
Results. The degree of influence of the manufacturability indicators at the level of the process operation was determined by assessing the possible impact on the components when calculating piece-calculation time ($T_{шт.к.}$). The interrelations between the manufacturability indicators and expenses for all items of the production cost of part processing ($C_{ОП}$), as well as costs associated with organizational downtime of equipment ($C_{пр.о.i}$) were established. The degree of influence of the indicators of manufacturability relative to other indicators was determined by using the apparatus of paired comparisons in decision-making in relation to all structural elements of production costs.
Discussion and Conclusion. The approach to the implementation of this design procedure was described, which provided taking into account the composition and capabilities of processing equipment of a particular production and the actual production situation. The developed formalized models make it possible to comprehensively predict the impact of the manufacturability indicators of parts on the performance effectiveness of machining systems during their manufacture.

Keywords: production planning, product manufacturability assessment, quantitative indicators of manufacturability, machining production systems, production efficiency

Acknowledgements: the authors would like to thank the editorial board of the journal and the reviewer for attentive attitude to the article and suggestions made that helped to improve its quality.

For citation. Bochkaryov PYu, Korolev RD, Bokova LG. Comprehensive Assessment of the Manufacturability of Products. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2): 155–168. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-155-168

Введение. Развитие машиностроительного производства в современных условиях невозможно без серьезного наращивания научных исследований, связанных с разработкой теории и методических принципов формализации всех этапов производства изделий, являющихся основой будущих интеллектуальных систем поддержки создания и изготовления технических объектов. Наиболее сложными в этом аспекте выступают задачи конструкторской и технологической подготовки производства [1, 2]. Несмотря на многочисленные работы в данном направлении, до настоящего времени не созданы автоматизированные системы, позволяющие взять на себя даже незначительные функциональные действия конструкторов и технологов, связанные с выполнением творческих проектных решений.

Обязательным условием технологической подготовки эффективного функционирования механообрабатывающих систем является мониторинг и анализ складывающейся производственной ситуации, а также информации о состоянии оборудования и средствах технологического обеспечения. Только обладая в

http://vestnik-donstu.ru

полной мере этими сведениями можно принимать рациональные производственные решения. Даже опытный технолог не в состоянии собрать и проанализировать такой большой объем информации. Поэтому решения принимаются зачастую субъективно и необоснованно, проектирование технологических процессов и их реализация разнесены во времени, а использование вычислительных систем тормозится отсутствием моделей, описывающих процесс технологической подготовки производства.

Решению поставленных задач посвящены научно-исследовательские работы по созданию системы планирования многономенклатурных технологических процессов [3], в основе которых лежит концептуальный подход к формализации всех проектных процедур обеспечения технологической подготовки механообрабатывающих производств, позволяющих учесть конкретные особенности, технологические возможности оборудования и оснастки. Одной из таких проектных процедур является оценка обеспечения технологичности изделий, чему традиционно уделяется недостаточно внимания. Роль данного этапа существенно недооценена.

Все технико-экономические показатели функционирования производственной системы определяются сложностью выпускаемой продукции и степенью оснащенностью производственных мощностей. Часто имеет место несогласованность этих двух показателей, что приводит к невозможности обеспечения требований к качеству выпускаемой продукции, простоям и нерациональному использованию оборудования. Именно при оценке технологичности изделий, наряду с известными задачами и методами их решения, должны быть получены объективные данные о целесообразности изготовления изделий в условиях конкретной производственной системы.

Материалы и методы. Большое значение имеют научные исследования в области создания формализованных моделей установления связей между технологическими и конструкторскими задачами подготовки производственных машиностроительных систем. В связи с увеличивающимся мировым соперничеством в производственной сфере, первоочередной задачей является повышение эффективной работы оборудования при реализации технологических процессов с учетом соответствия заданных требований к качеству деталей, которые, в свою очередь, устанавливаются в процессе конструирования.

Вопросы, поставленные современными условиями функционирования производственных комплексов, связаны с обеспечением производственной технологичности изготавливаемых изделий. В настоящее время методы оценки технологичности изготавливаемых изделий, с учетом необходимости соответствия требованиям стандартов, напрямую зависят от квалификации технолога (конструктора) и их знаний. Такой подход не гарантирует рационального принятия технических решений и сдерживает автоматизацию проектных процедур.

Оценка технологичности, как этап подготовки производства, выполняется для установления взаимосвязи между затратами на изготовление изделия и его конструктивными особенностями. Результаты такой оценки зачастую имеют противоречивый характер, отсутствует полноценное математическое описание процедуры ее проведения.

Для разрешения сложившейся ситуации целесообразным представляется реализация на практике следующих шагов [4–6]:

– установление относительных весовых характеристик показателей технологичности на основе параметров изготовляемых изделий. Труднореализуемым, но первостепенным является решение этой задачи на стадиях разработки рабочей конструкторской документации, когда отсутствуют технологические решения по изготовлению;

– развитие существующей номенклатуры количественных показателей для выполнения процедуры оценки производственной технологичности, которые позволяют учесть специфические подходы к подготовке производства для конкретных производственных комплексов.

При создании методического обеспечения проектной процедуры оценки технологичности изделий необходимо учитывать, что оно должно основываться на обширной конструкторско-технологической базе данных с учетом ее структуры и взаимосвязей между элементами моделей, используемых при проектировании и реализации технологических процессов. Система планирования многономенклатурных технологических процессов отвечает этим требованиям и позволяет, наряду с возможностью проведения оценки известных и применяемых в производстве количественных показателей, предложить новые [7].

В соответствии с принципами, заложенными при создании системы планирования технологических процессов, основным критерием эффективности является время работы производственной системы по изготовлению всего комплекта изделий. Оно включает все затраты производственного цикла и напрямую связано с себестоимостью производства деталей. Базируясь на этом положении, авторами предложен подход, позволяющий на основе установления взаимосвязей между элементами, входящими в оценку себестоимости

изготовления деталей, и количественными показателями производственной технологичности дать заключение о значимости данных показателей для конкретных производственных условий.

Результаты исследования. Последовательность реализации разработанного подхода включает в себя несколько проектных процедур, реализация которых позволяет учесть, как конструктивные особенности обрабатываемых деталей, так и организационно-технологические особенности производственной системы, учитывающие состав и технологические возможности оборудования, а также специфику программы выпускаемых изделий.

Первоначально на уровне технологической операции была установлена степень влияния показателей технологичности посредством оценки возможного влияния на составляющие при расчете штучно-калькуляционного времени ($T_{шт.к.}$). На рис. 1 представлена детализация структуры ($T_{шт.к.}$) для токарной операции, используя которую был проведен анализ и установлены возможности влияния производственных показателей технологичности на каждое отдельное значение в расчетах ($T_{шт.к.}$). Аналогичные исследования, позволившие установить аналитические зависимости между количественными показателями производственной технологичности и структурными элементами технологических операций, были выполнены для других групп технологического оборудования.

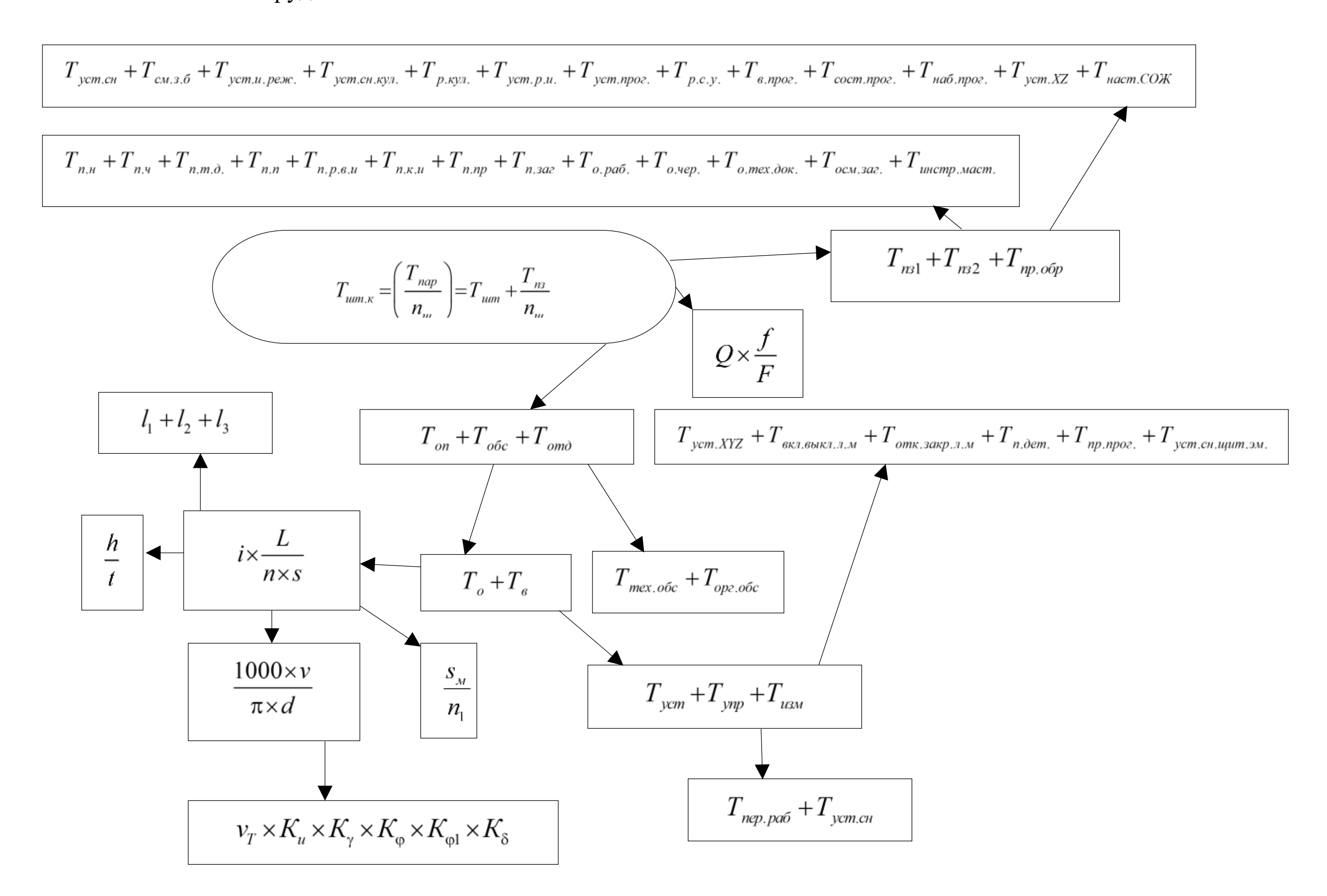


Рис. 1. Структурная схема $T_{шт.к.}$ при точении

Установлены взаимосвязи между показателями технологичности и затратами по всем статьям технологической себестоимости обработки заготовки $C_{ОП}$ (рис. 2), а также затратами, связанными с организационными простоями оборудования $C_{пр.о.i.}$ (рис. 3).

http://vestnik-donstu.ru

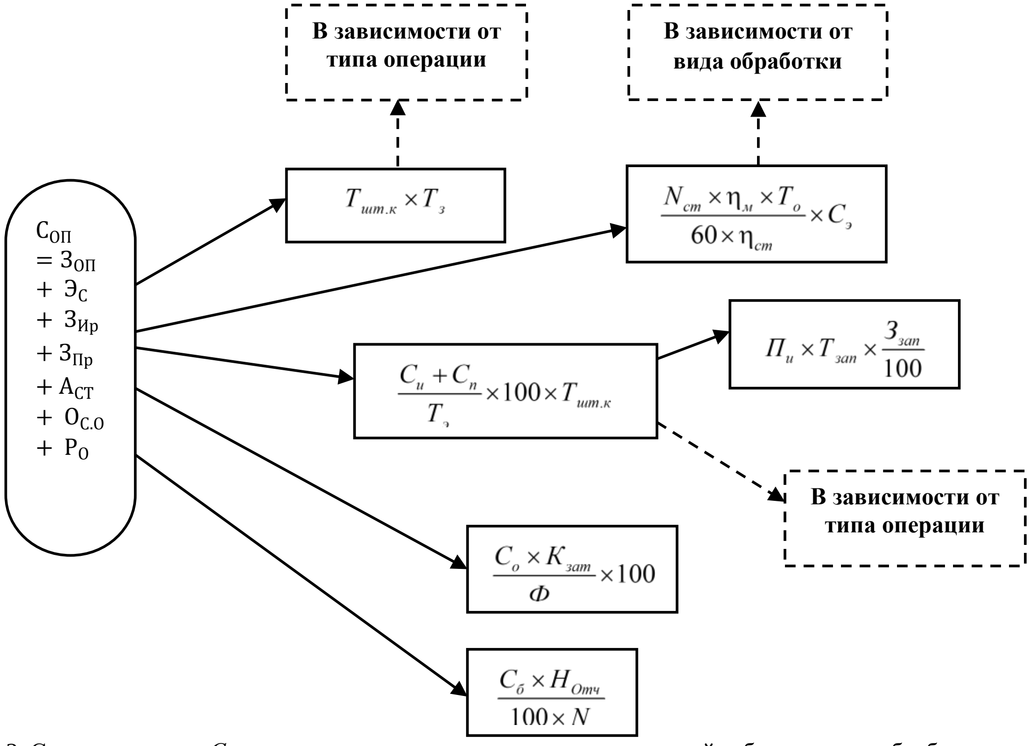


Рис. 2. Составные части $C_{ОП}$ — затраты по всем статьям технологической себестоимости обработки заготовки

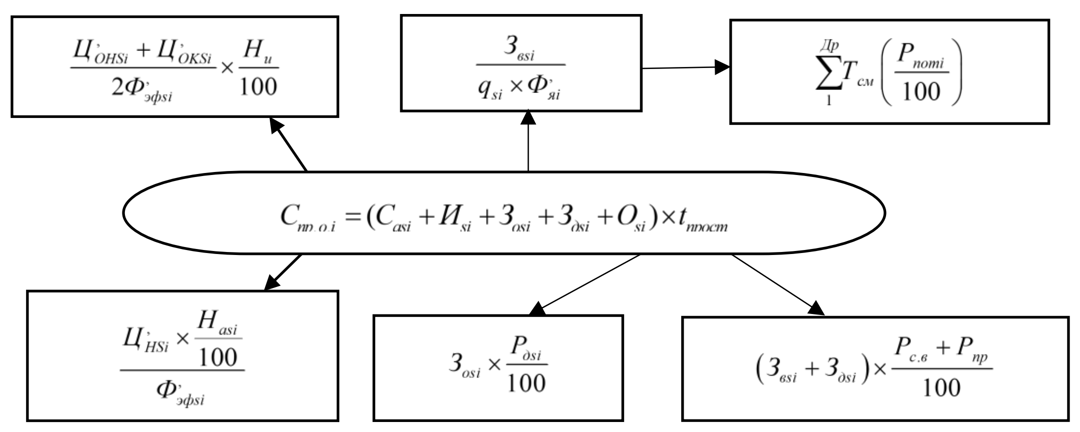


Рис. 3. Затраты, связанные с организационными простоями технологического оборудования $C_{пр.о.i.}$

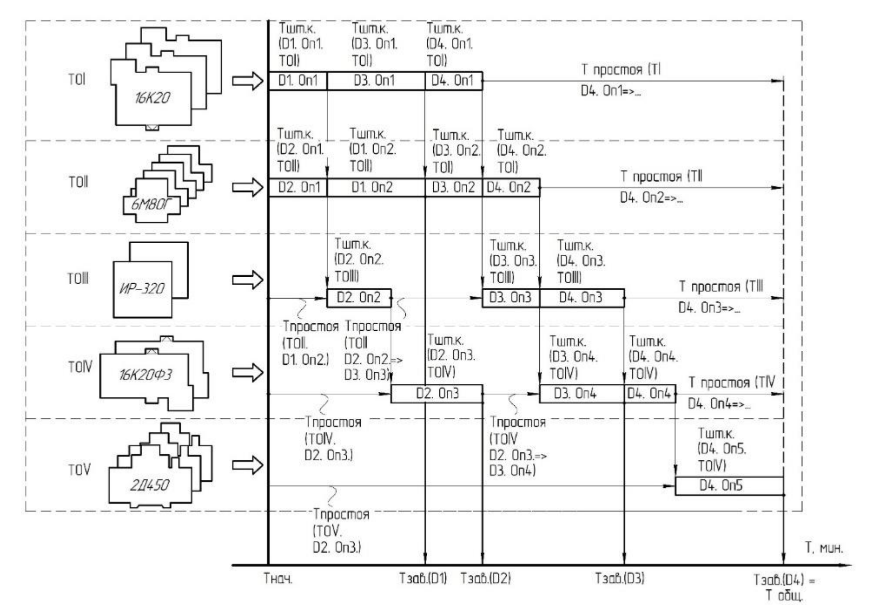


Рис. 4. Диаграмма Ганта реализации технологических процессов

Для оценки влияния количественных производственных показателей, связанных с затратами времени оборудования при простое, создана модель прогнозирования потоков событий поступления партий деталей на изготовление на определенную операцию и потоков обработанных деталей с использованием аппарата теории массового обслуживания. Данный методический подход использован в системе планирования технологических процессов [8, 9]. В качестве примера на рис. 4 представлены результаты в виде диаграммы Ганта. Такой подход позволяет учесть конструкторско-технологические характеристики деталей, особенности конкретной производственной системы и складывающуюся производственную ситуацию.

На рис. 5 представлена укрупненная схема структуры для определения затрат производства при изготовлении деталей, использованная для оценки удельного веса количественных показателей оценки технологичности в системе планирования технологических процессов. Выполнен анализ возможности влияния каждого показателя на эффективность функционирования всей производственной системы при изготовлении партии заданных деталей для конкретных производственных условий.

Результаты представленного анализа и установленные взаимосвязи между показателями технологичности и эффективностью работы механообрабатывающих систем позволили перейти к решению вопроса об установлении значимости количественных показателей производственной технологичности. Представленный фрагмент (рис. 6) содержит в реляционной форме информацию о вышеперечисленных связях и дополнен сведениями об удельном весе элементов затрат (в процентах). Данные получены на основе статистической обработки результатов функционирования реальной производственной системы. В случае отсутствия такого рода сведений имеется возможность использовать общемашиностроительные или отраслевые.

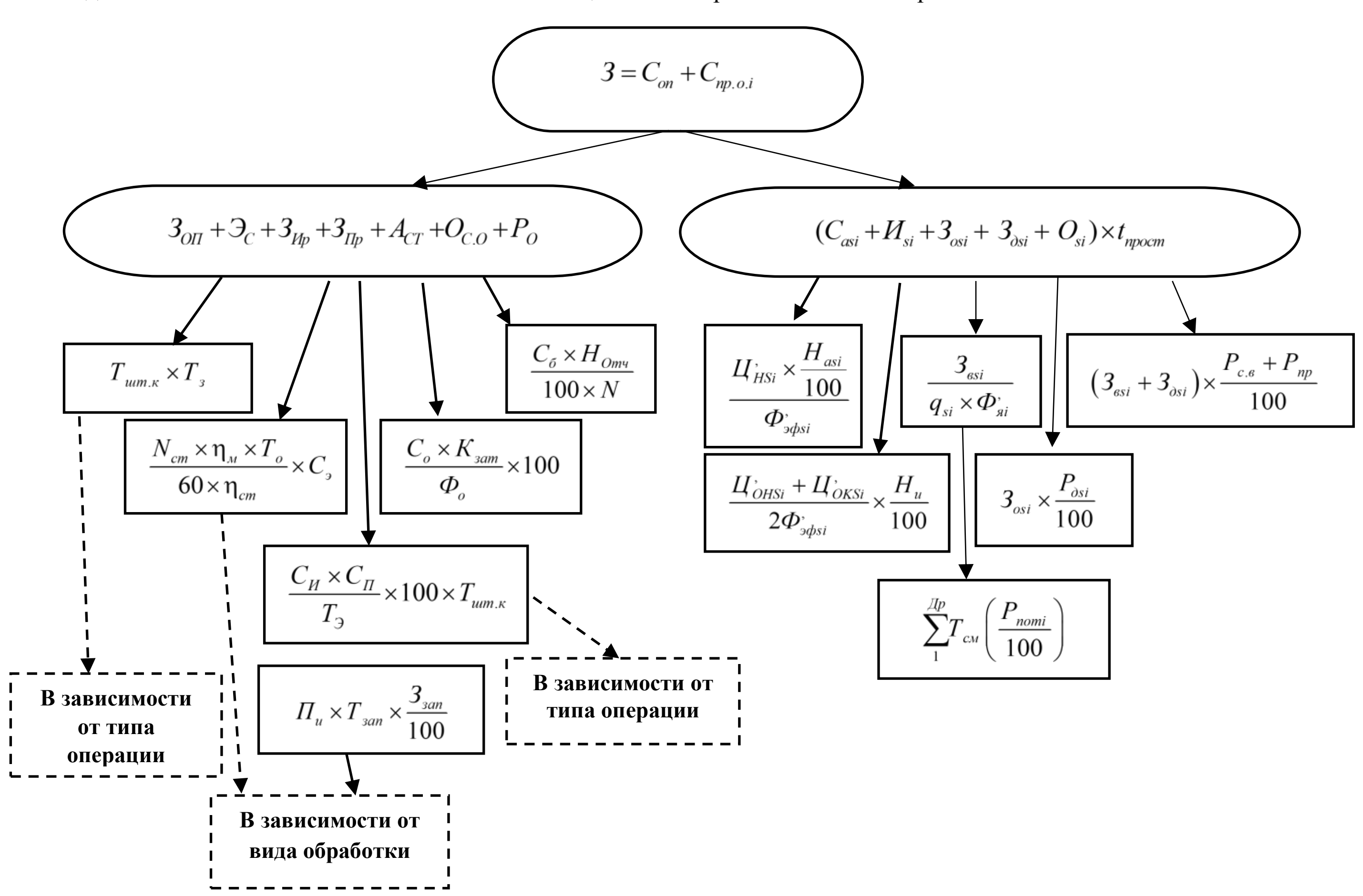


Рис. 5. Укрупненная схема для определения затрат производства

http://vestnik-donstu.ru

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Показатели технологичности						
										11	12	13	14	15	16	17
										Показатель обрабатываемости материала	Показатель сложности конструкции детали	Коэффициент точности и шероховатости поверхностей детали	Показатель унификации конструктивных элементов	Показатель использования материала	Показатель возможности изготовления заданной номенклатуры деталей	Показатель использования технологических возможностей производственных систем
3	СОП (78 %)	ЗОП (32 %)	Тшт.к. (29 %)	Тшт (25 %)	Топ (22 %)	То (14 %)	n	*v*	v_T	+	+	+	+	+	+	+
									K_u	+	+	+	+	+	+	+
									K_γ	+	+	+	+	+	+	+
									K_φ	+	+	+	+	+	+	+
									$K_{\varphi 1}$	+	+	+	+	+	+	+
								d	–	+	+	+	+	+	+	+
								π	–	+	+	+	+	+	+	+

Рис. 6. Фрагмент влияния количественных показателей производственной технологичности на составляющие затрат

Для установления весовой значимости показателей производственной технологичности остается только решение задачи, заключающейся в определении их влияния непосредственно на каждый элемент в представленной структуре производственных затрат. Решение данной задачи выполнено с привлечением аппарата парных сравнений при принятии решений (итеративный процесс Бержа [10]). Данный метод позволил определить степень влияния показателей технологичности относительно других показателей применительно ко всем структурным элементам производственных затрат. В таблице 1 представлено в качестве примера попарное сравнение показателей технологичности относительно основного времени (*То*).

Таблица 1

Попарное сравнение показателей технологичности относительно основного времени (*То*)

То (14 %)														
Оцениваемые показатели	11	12	13	14	15	16	17	19	20	21	22	23	Итого	Весовые показатели
11	–	2	2	1	0	0	0	1	2	1	2	2	13	0,098485
12	0	–	1	0	0	2	0	0	1	1	2	2	9	0,068182
13	0	1	–	0	1	1	0	0	2	2	0	0	7	0,05303
14	1	2	2	–	1	1	1	1	1	1	1	1	13	0,098485
15	2	2	2	1	–	1	1	1	1	1	2	2	16	0,121212
16	2	2	1	1	0	–	0	0	1	1	0	0	8	0,060606
17	2	0	1	1	1	1	–	1	1	1	0	0	9	0,068182
19	0	2	2	1	1	2	2	–	1	1	0	0	12	0,090909
20	0	2	0	1	1	1	1	1	–	1	1	1	10	0,075758
21	1	1	0	1	1	1	1	1	1	–	1	1	10	0,075758
22	0	0	2	1	2	2	2	1	1	1	–	1	13	0,098485
23	0	0	2	1	0	2	2	2	1	1	1	–	12	0,090909
												Сумма	132	1

Промышленная проверка и апробация разработанных моделей выполнялась в условиях ООО «ГАЗПРОММАШ», специализирующегося на серийном выпуске подогревателей газа прямого действия с промежуточным теплоносителем и модифицированного ряда станций, регуляторов, блоков фильтров и клапанов,

кранов высокого давление. Исходными данными для проведения экспериментов являлись: сформированная и заполненная база данных, содержащая информацию по технологическим возможностям оборудования (производственное подразделение № 1), информация по реальному состоянию и технико-экономические характеристики функционирования участка (таблицы 2–6), программа изготавливаемых деталей (чертежи отдельных деталей представлены на рис. 7, 8).

Таблица 2

Соотношение составляющих производственных затрат
(участок №1 ООО «ГАЗПРОММАШ»)

$З_{Общ.}$ = 5682 (100 %)										
$C_{ОП}$ = 4662 руб. (78 %)					$C_{пр.о.i}$ = 1020 руб. (22 %)					
$З_{ОП}$ 1872 руб. (32 %)	$Э_{С}$ 710 руб. (14 %)	$З_{И.Р}$ 534 руб. (6 %)	$З_{Пр}$ 4 руб. (0,1 %)	$А_{СТ}$ 1545 руб. (26 %)	$И_{Si}$ 4 руб. (0,1 %)	C_{asi} 3806 руб. (2 %)	$З_{osi}$ 12500 руб. (5 %)	$З_{Оsi}$ 3125 руб. (1,9 %)	O_{Si} 21250 руб. (11 %)	$t_{пр.i}$ (2 %)

Таблица 3

Затраты, связанные с заработной платой рабочего за выполнение операции

$З_{ОП}$ = 1872 руб. (32 %)							
$Т_{шт.к}$ (29 %)							$Т_{з}$ (3 %)
$Т_{шт}$ (25 %)				$Т_{п.з.}$ (4 %)			–
$Т_{оп}$ (22 %)	$Т_{обс}$ (2 %)		–	$Т_{п.з.1}$ (1,5 %)	$Т_{п.з.2}$ (1 %)	$Т_{пр}$ (0,5 %)	–
См. табл.9	$Т_{тех.обс}$ (1,0 %)	–	–	*См. табл.8*	*См. табл. 9*	–	–

Таблица 4

Затраты, связанные с изготовлением изделия

$Т_{оп}$ (22 %)											
$Т_{о}$ (14 %)	$Т_{в}$ (8 %)									$Т_{тех.обс}$ (1 %)	$Т_{орг.об}$ (2 %)
–	$Т_{уст}$ (4 %)		$Т_{упр}$ (3 %)						$Т_{изм}$ (1 %)	–	–
–	$Т_{пер.раб}$ (2 %)	$Т_{уст.сн}$ (2 %)	$Т_{уст.\ XYZ}$ (0,5 %)	$Т_{вк.\ Выкл\ л.м}$ (0,5 %)	$Т_{отк.\ закр.\ л.м}$ (0,5 %)	$Т_{п.\ дет}$ (0,5 %)	$Т_{пр.про}$ (0,5 %)	$Т_{уст.сн.щит.эм}$ (0,5 %)	–	–	–

Таблица 5

Затраты, связанные с организационной подготовкой

$Т_{п.з.1}$ (1,5 %)												
$Т_{п.н}$ (0,2 %)	$Т_{п.ч}$ (0,2 %)	$Т_{п.т.д}$ (0,1 %)	$Т_{п.п}$ (0,1 %)	$Т_{п.р.в.и}$ (0,1 %)	$Т_{п.к.и}$ (0,1 %)	$Т_{п.пр}$ (0,1 %)	$Т_{п.заг}$ (0,1 %)	$Т_{о.раб.}$ (0,1 %)	$Т_{о.чер.}$ (0,1 %)	$Т_{о.тех.док}$ (0,1 %)	$Т_{осм.заг}$ (0,1 %)	$Т_{инст.маст.}$ (0,1 %)

Таблица 6

Затраты, связанные с наладкой станка

$Т_{п.з.2}$ (1,0%)												
$Т_{ус.сн}$ (0,1 %)	$Т_{см.з.б.}$ (0,1 %)	$Т_{уст.и.реж.}$ (0,1 %)	$Т_{уст.сн.кул}$ (0,1 %)	$Т_{р.кул}$ (0,1 %)	$Т_{уст.р.и}$ (0,1 %)	$Т_{уст.прог}$ (0,05 %)	$Т_{р.с.у}$ (0,05 %)	$Т_{в.прог}$ (0,05 %)	$Т_{сост.прог}$ (0,1 %)	$Т_{наб.прог}$ (0,05 %)	$Т_{уст.XZ}$ (0,05 %)	$Т_{наст.СОЖ}$ (0,05 %)

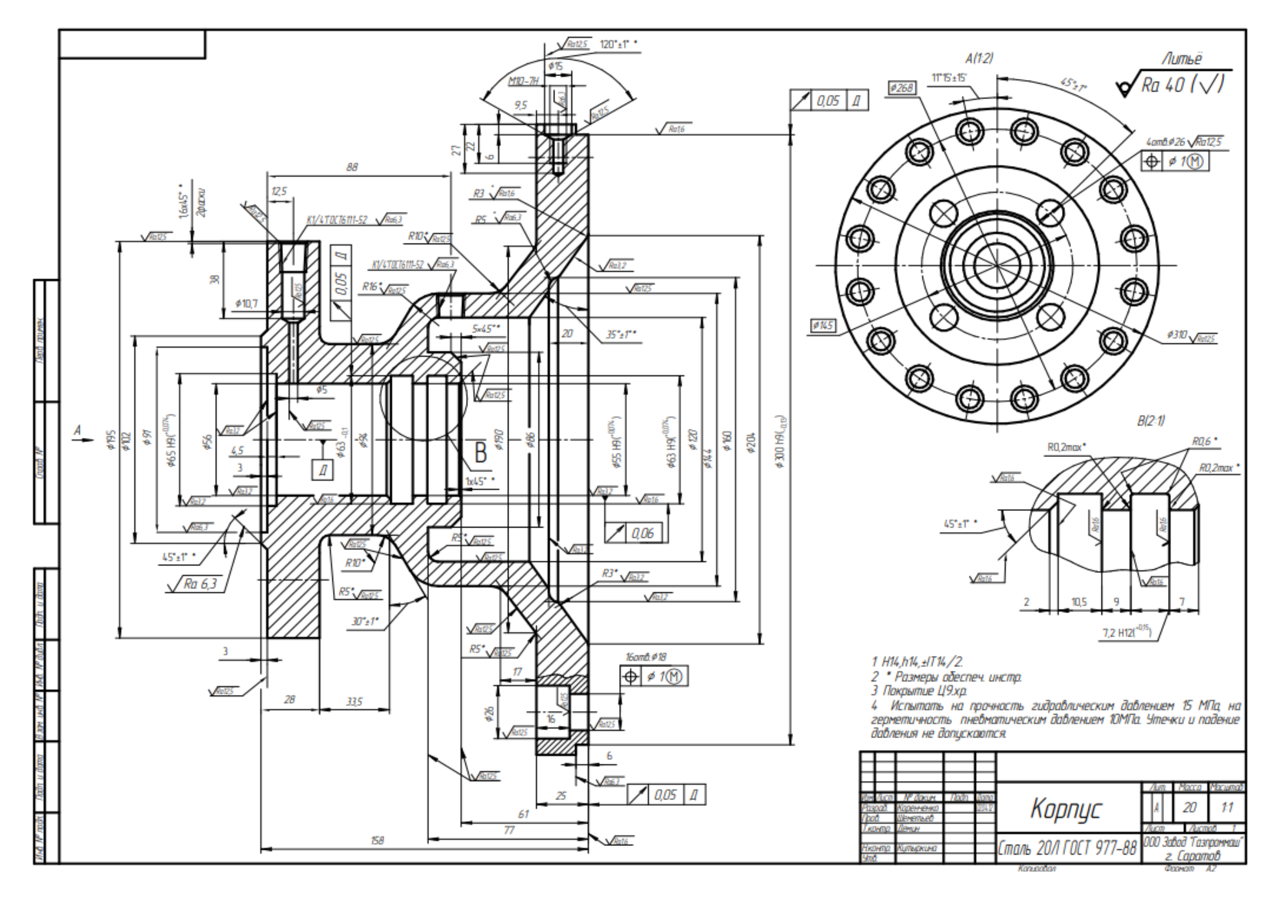


Рис. 7. Пример конструкторского чертежа обрабатываемой детали: корпус

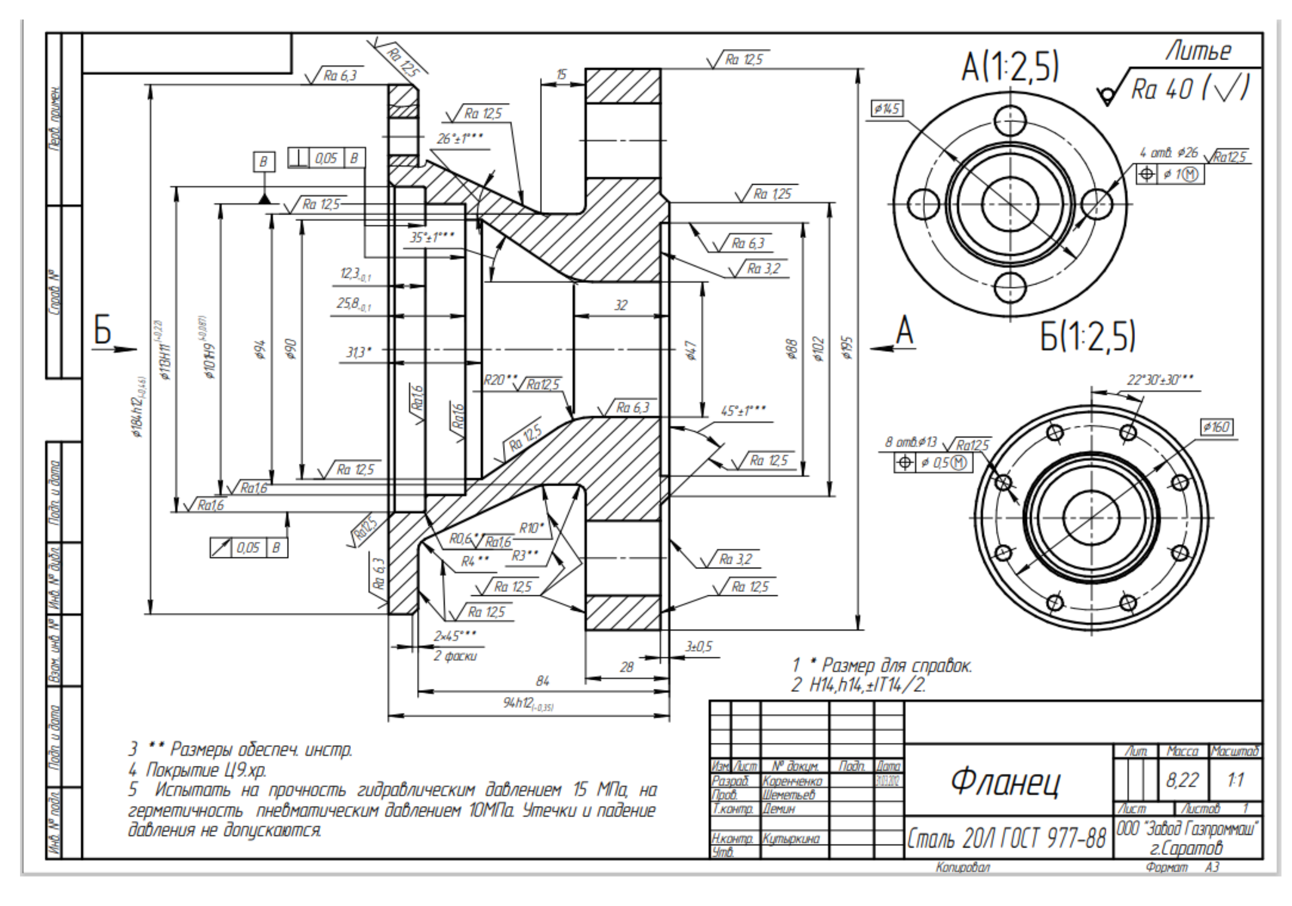


Рис. 8. Пример конструкторского чертежа обрабатываемой детали: фланец

Результаты расчетов степени относительного влияния количественных показателей производственной технологичности деталей на отдельные структурные элементы производственных затрат (участок №1 ООО «ГАЗПРОММАШ») представлены в таблицах 7–10.

Таблица 7

Влияние количественных показателей производственной технологичности
To (основное (технологическое) время на изготовление или обработку единицы продукции)

Оцениваемые показатели	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.9	1.10	1.11	1.12	1.13	Итого	Весовые показатели
1.1	–	2	2	1	0	0	0	1	2	1	2	2	13	0,098485
1.2	0	–	1	0	0	2	0	0	1	1	2	2	9	0,068182
1.3	0	1	–	0	1	1	0	0	2	2	0	0	7	0,05303
1.4	1	2	2	–	1	1	1	1	1	1	1	1	13	0,098485
1.5	2	2	2	1	–	1	1	1	1	1	2	2	16	0,121212
1.6	2	2	1	1	0	–	0	0	1	1	0	0	8	0,060606
1.7	2	0	1	1	1	1	–	1	1	1	0	0	9	0,068182
1.9	0	2	2	1	1	2	2	–	1	1	0	0	12	0,090909
1.10	0	2	0	1	1	1	1	1	–	1	1	1	10	0,075758
1.11	1	1	0	1	1	1	1	1	1	–	1	1	10	0,075758
1.12	0	0	2	1	2	2	2	1	1	1	–	1	13	0,098485
1.13	0	0	2	1	0	2	2	2	1	1	1	–	12	0,090909

Таблица 8

Влияние количественных показателей производственной технологичности
Тупр (время на подвод инструмента к заготовке)

Оцениваемые показатели	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.9	1.10	1.11	1.12	1.13	Итого	Весовые показатели
1.1	–	2	2	0	1	1	2	2	2	2	2	2	18	0,136364
1.2	0	–	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	7	0,05303
1.3	0	2	–	2	1	1	1	1	1	2	2	2	15	0,113636
1.4	2	2	0	–	0	1	1	1	1	1	0	0	9	0,068182
1.5	1	2	1	2	–	2	2	1	2	2	2	2	19	0,143939
1.6	1	1	1	1	0	–	1	1	1	1	1	1	10	0,075758
1.7	0	1	1	1	0	1	–	1	1	1	1	1	9	0,068182
1.9	0	1	1	1	1	1	1	–	2	2	2	2	14	0,106061
1.10	0	1	1	1	0	1	1	0	–	1	2	2	10	0,075758
1.11	0	1	0	1	0	1	1	0	1	–	2	2	9	0,068182
1.12	0	1	0	2	0	1	1	0	0	0	–	1	6	0,045455
1.13	0	1	0	2	0	1	1	0	0	0	1	–	6	0,045455

Таблица 9

Влияние количественных показателей производственной технологичности
Тп.з.1 (норма времени на организационную подготовку)

Оцениваемые показатели	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12	1.13	Итого	Весовые показатели
1.1	–	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	21	0,135484
1.2	0	–	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0,006452
1.3	0	2	–	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	10	0,064516

Оцениваемые показатели	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12	1.13	Итого	Весовые показатели
1.4	1	1	1	–	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0,019355
1.5	1	2	1	0	–	2	2	2	2	2	2	2	2	20	0,129032
1.6	1	2	1	2	0	–	2	2	2	2	2	1	1	18	0,116129
1.7	0	2	1	2	0	0	–	1	1	1	1	1	1	11	0,070968
1.8	0	2	1	2	0	0	1	–	1	1	1	1	1	11	0,070968
1.9	0	2	1	2	0	0	1	1	–	1	1	1	1	11	0,070968
1.10	0	2	1	2	0	0	1	1	1	–	1	1	1	11	0,070968
1.11	0	2	1	2	0	0	1	1	1	1	–	1	1	11	0,070968
1.12	0	2	2	2	0	1	1	1	1	1	1	–	1	13	0,083871
1.13	0	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	–	14	0,090323

Таблица 10

Влияние количественных показателей производственной технологичности *Аст* (затраты, связанные с использованием технологического оборудования)

Оцениваемые показатели	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12	1.13	Итого	Весовые показатели
1.8	–	1	1	2	1	1	6	0,2
1.9	1	–	2	1	1	1	6	0,2
1.10	1	0	–	0	0	0	1	0,033333
1.11	0	1	2	–	1	1	5	0,166667
1.12	1	1	2	1	–	1	6	0,2
1.13	1	1	2	1	1	–	6	0,2

1.1 — показатель обрабатываемости материала;

1.2 — показатель сложности конструкции детали;

1.3 — коэффициент точности и шероховатости поверхностей детали;

1.4 — показатель унификации конструктивных элементов;

1.5 — показатель использования материала;

1.6 — показатель возможности изготовления заданной номенклатуры деталей;

1.7 — показатель использования технологических возможностей производственных систем;

1.8 — показатель технологичности детали по однородности технологического оборудования;

1.9 — показатель прогнозирования уровня загрузки технологического оборудования при обработке заданной номенклатуры деталей;

1.10 — показатель многовариантности принятия решений при проектировании технологического процесса;

1.11 — показатель многовариантности принятия решений при реализации технологических процессов;

1.12 — показатель производственной технологичности детали, отражающий возможность соблюдения принципа единства баз при разработке технологического процесса в части поверхности детали, являющейся основной конструкторской базой;

1.13 — показатель производственной технологичности детали, отражающий возможность соблюдения принципа единства баз при разработке технологического процесса в части поверхностей деталей, являющихся вспомогательными конструкторскими базами.

На основе представленных моделей и ранее известных зависимостей расчета количественных показателей была проведена оценка производственной технологичности деталей. При этом было использовано разработанное и зарегистрированное авторами программное обеспечение. Таким образом, с учетом информации о реальном состоянии производственной системы проведена корректировка конструкторской документации, номенклатуры, последовательности реализации изготовления отдельных групп деталей и планирование технологической подготовки производства. Сравнительный анализ результатов расчетов представлен в таблице 11.

Таблица 11

Сравнительный анализ результатов

№		1 вариант	2 вариант	Эффективность
1	Общее время на изготовление изделий 20 наименований с годовой программой выпуска 16 600 шт.	61193,42 ч	53073,35 ч	15 %
2	Расчетное количество оборудования, участвующее в ТП	23	17	35 %
3	Коэффициент загрузки оборудования	0,67	0,72	7 %

Обсуждение и заключение. Результаты представленных теоретических исследований и их апробация в условиях реального производства позволили предложить метод оценки производственной технологичности деталей. Он позволяет провести комплексную оценку на основе разработанных аналитических зависимостей определения весовых коэффициентов, определяющих значимость каждого показателя технологичности с позиции эффективности функционирования механообрабатывающей системы. Отличительной особенностью и научной новизной работы является учет реально складывающейся производственной ситуации при оценке технологичности. Это позволяет использовать данную проектную процедуру не только традиционно на начальных стадиях технологической подготовки производства, но и на этапах реализации технологических процессов с целью рациональной организации производства.

Созданные формализованные модели создают основу для полной последовательной автоматизации проектных действий при выполнении оценки технологичности изделий и обеспечивают предпосылки для создания перспективной интеллектуальной системы прогнозирования рациональности изготовления деталей на конкретном производстве и принятия обоснованных организационных и технологических решений.

Список литературы

1. Базров Б.М. *Основы технологии машиностроения.* Москва: Машиностроение; 2005. 736 с. URL: https://studizba.com/files/show/djvu/1875-1-bazrov-b-m--osnovy-tehnologii.html (дата обращения: 12.04.2023).

2. Суслов А.Г. *Технология машиностроения*. Москва: Кнорус; 2013. 336 с.

3. Бочкарев П.Ю. Системное представление планирования технологических процессов механообработки. *Технология машиностроения.* 2002;1:10–14.

4. Базров Б.М. Обеспечение технологичности конструкции изделия. *Наукоемкие технологии в машиностроении.* 2020;8:18–22. https://doi.org/10.30987/2223-4608-2020-8-18-22

5. Вартанов М.В., Чушенков И.И. Методология оценки технологичности изделий машиностроения. *Станкоинструмент.* 2019;2(015):14–23. https://doi.org/10.22184/2499-9407.2019.15.02.14.22

6. Базров Б.М., Троицкий А.А. Система коэффициентов производственной технологичности конструкции изделия. *Станкоинструмент*. 2020;3:22–26.

7. Бокова Л.Г., Бочкарев П.Ю. Разработка показателей для оценки производственной технологичности деталей в системе планирования технологических процессов механообработки. *Вектор науки Тольяттинского государственного университета.* 2015;1(3):29–35. https://doi.org/10.18323/2073-5073-2015-3-29-35

8. Митин С.Г., Бочкарев П.Ю., Бокова Л.Г. Автоматизация оценки производственной технологичности изделия в условиях многономенклатурных производственных систем. *Наукоемкие технология в машиностроении.* 2014;9(39):45–48.

9. Иванов А.А., Бочкарев П.Ю. Формализация описания и метода поиска оптимальной реализации технологических процессов механообработки в системе планирования технологических процессов. *Вестник Саратовского государственного технического университета.* 2015;3(80):76–85. URL: http://lib.sstu.ru/doc/ibo/vestniki/2015/3(80)_2015.pdf (дата обращения: 25.03.2023).

10. Растегаев Е.В. Показатели оценки технологичности конструкции изделия для мелкосерийного и среднесерийного производства. *Вестник Рыбинского государственного авиационного технологического университета им. П. А. Соловьева*. 2021;1(56):32–36.

References

1. Bazrov BM. *Osnovy tekhnologii mashinostroeniya*. Moscow: Mashinostroenie; 2005. 736 p. URL: https://studizba.com/files/show/djvu/1875-1-bazrov-b-m--osnovy-tehnologii.html (accessed: 12.04.2023) (In Russ.).

2. Suslov AG. *Tekhnologiya mashinostroeniya*. Moscow: Knorus; 2013. 336 p. (In Russ.)

3. Bochkarev PYu. Sistemnoe predstavlenie planirovaniya tekhnologicheskikh protsessov mekhanoobrabotki. *Tekhnologiya Mashinostroeniya*. 2002;1:10–14. (In Russ.).

4. Bazrov BM. Obespechenie tekhnologichnosti konstruktsii izdeliya. *Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering*. 2020;8(110):18–22. https://doi.org/10.30987/2223-4608-2020-8-18-22 (In Russ.).

5. Vartanov MV, Chushenkov II. Methodology for Evaluating the Manufacturability of Engineering Products. *STANKOINSTRUMENT*. 2019;2(015):14–23. https://doi.org/10.22184/2499-9407.2019.15.02.14.22 (In Russ.).

6. Bazrov BM, Troitskii AA. Sistema koehffitsientov proizvodstvennoi tekhnologichnosti konstruktsii izdeliya. *STIN*. 2020;3:22–26. (In Russ.).

7. Bokova LG, Bochkarev PYu. Development of Indicators for Assessment of Parts Operability in the System of Planning of Engineering Mechanical Processing. *Frontier Materials and Technologies*. 2015;1(3):29–35. https://doi.org/10.18323/2073-5073-2015-3-29-35

8. Mitin SG, Bochkarev PYu, Bokova LG. Avtomatizatsiya otsenki proizvodstvennoi tekhnologichnosti izdeliya v usloviyakh mnogonomenklaturnykh proizvodstvennykh sistem. *Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering*. 2014;9(39):45–48. (In Russ.).

9. Ivanov AA, Bochkarev PYu. Formalizing the Description and Methods for Optimization of Mechanical Treatment Technologies within the System of Planning Technological Processes. *Vestnik Saratov State Technical University*. 2015;3(80):76–85. URL: http://lib.sstu.ru/doc/ibo/vestniki/2015/3(80)_2015.pdf (accessed: 25.03.2023).

10. Rastegayev EV. Technological Effectiveness Assessment Indicators of a Product Design at Small-Lot and Medium-Batch Manufacturing. *Vestnik of P.A. Solovyov Rybinsk State Aviation Technical University*. 2021;1:32–35.

Поступила в редакцию 09.04.2023
Поступила после рецензирования 05.05.2023
Принята к публикации 12.05.2023

Об авторах:

Петр Юрьевич Бочкарёв, доктор технических наук, профессор кафедры технологии машиностроения и технической механики Камышинского технологического института (филиал) Волгоградского технического университета (403874, РФ., Волгоградская обл., г. Камышин, ул. Ленина, д. 6а), профессор кафедры технического обеспечения АПК Вавиловского университета (РФ, г. Саратов, Театральная пл., 1), ORCID, AuthorID, bpy@mail.ru

Рихард Джахангилович Королёв, инженер конструктор завода ООО ЭКС-ФОРМА (410512, РФ, г. Саратов, с. Березина речка, ул. Школьная, д. 13), ORCID, AuthorID, rihardkorolev@mail.ru

Лариса Геннадьевна Бокова, кандидат технических наук, доцент кафедры технологии машиностроения Саратовского государственного технического университета им. Ю. А. Гагарина (410054, РФ, г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77), ResearcherID, AuthorID, ORCID, bokovalg@mail.ru

Заявленный вклад:

П.Ю. Бочкарев — научное руководство, разработка методического подхода оценки влияния количественных показателей технологичности, анализ результатов исследований, доработка текста.

Р.Д. Королев — разработка моделей взаимосвязи показателей технологичности и затрат производственного времени, промышленная апробация и обработка результатов экспериментов, подготовка текста.

Л.Г. Бокова — определение состава и оценка показателей производственной технологичности.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Received 09.04.2023
Revised 05.05.2023
Accepted 12.05.2023

About the Authors:

Peter Yu. Bochkarev, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Mechanical Engineering Technology and Applied Mechanics Department, Kamyshin Technological Institute, VSTU branch (6 a, Lenina St., Kamyshin, Volgograd Region, 403805, RF), Professor of the AIC Engineering Support Department, Saratov State Vavilov Agrarian University (1, Teatralnaya sq., Saratov, 410012, RF), ORCID, AuthorID, bpy@mail.ru

Richard D. Korolev, Design Engineer, OOO PCF "Ex-Form" (13, Shkolnaya St., Berezina Rechka village, Saratov, 410512, RF), ORCID, AuthorID, rihardkorolev@mail.ru

Larisa G. Bokova, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Mechanical Engineering Department, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov (77, Politechnicheskaya St., Saratov, 410054, RF), ResearcherID, ORCID, AuthorID, bokovalg@mail.ru

Claimed contributorship:

PYu Bochkarev: academic advising; development of a methodological approach to assessing the impact of quantitative indicators of manufacturability; analysis of the research results; revision of the text.

RD Korolev: development of models of the relationship between indicators of manufacturability and production time costs, industrial approbation and processing of experimental results; text preparation.

LG Bokova: determination of composition and calculation of indicators of production manufacturability.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT



Check for updates

УДК 004.896
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-169-179

Научная статья

Прогнозирование поведения участников дорожного движения в условиях проселочных дорог для беспилотных автомобилей



С.А. Иванов ✉, **Б. Рашид**
Центр беспилотных технологий университета Иннополис, г. Иннополис, Российская Федерация
✉ se.ivanov@innopolis.ru

Аннотация
Введение. Благодаря модулю прогнозирования траекторий движения динамических объектов беспилотный автомобиль способен безопасно двигаться по дорогам общего пользования. Однако все современные методы прогнозирования оценивают производительность только в городских условиях и не рассматривают свою применимость к домену проселочных дорог. Цель данного исследования заключается в анализе адаптивности существующих методов прогнозирования и разработке подхода, который будет демонстрировать лучшую производительность при работе в новых условиях.
Материалы и методы. В качестве решения предлагается использовать нейронную сеть, включающую в себя следующие подмодули: графовый кодировщик сцены, мультимодальный декодировщик траекторий, модуль фильтрации траекторий. Также предлагается применить адаптированную функцию потерь, которая штрафует сеть за генерацию траекторий, выходящих за границы дорожного полотна. Данные элементы задействуют распространённые практики решения задачи прогнозирования, а также адаптируют её для домена проселочных дорог.
Результаты исследования. Проанализированы основные отличия и условия работы модуля прогнозирования в условиях проселочных дорог. Выполнена симуляция нового домена путем модификации существующих наборов данных. Проведено сравнение популярных методов прогнозирования и оценена их применимость к новым условиям. Представлен новый, более адаптивный к новому домену, подход.
Обсуждение и заключение. Проведенное сравнение с другими популярными методами показывает, что предложенное авторами решение обеспечивает более точные результаты прогнозирования. Также были выявлены недостатки предложенного подхода и описаны возможные пути их устранения.

Ключевые слова: прогнозирование траекторий, прогнозирование поведения, нейронные сети, беспилотные автомобили, искусственный интеллект, автономные автомобили

Благодарности: авторы выражают благодарность центру беспилотных технологий университета Иннополис за помощь в проведении исследования.

Для цитирования. Иванов С.А., Рашид Б. Прогнозирование поведения участников дорожного движения в условиях проселочных дорог для беспилотных автомобилей. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2):169–179. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-169-179

© Иванов С.А., Рашид Б., 2023

Original article

Predicting the Behavior of Road Users in Rural Areas for Self-Driving Cars

Sergey A. Ivanov ✉, **Bader Rasheed**
Laboratory of Unmanned Technology, Innopolis University, Innopolis, Russian Federation
✉ se.ivanov@innopolis.ru

Abstract
Introduction. The prediction module generates possible future trajectories of dynamic objects that enables a self-driving vehicle to move safely on public roads. However, all modern prediction methods evaluate their performance only under urban conditions and do not consider their applicability to the domain of rural roads. This work examined the adaptability of existing methods to work under rural unstructured conditions and suggested a new, improved approach.
Materials and Methods. As a solution, we propose to use a neural network that includes the following submodules: a graph-based scene encoder, a multimodal trajectory decoder, and a trajectory filtering module. Another proposed feature is to use an adapted loss function that penalizes the network for generating trajectories that go beyond the drivable area. These elements use standard practices for solving the prediction problem and adapting it to the domain of rural roads.
Results. The presented analysis described the basic features of the prediction module in the rural road domain, showed a comparison of popular models, and discussed its applicability to new conditions. The paper describes the new approach that is more adaptive to the considered domain of study. A simulation of the new domain was performed by modifying existing public datasets.
Discussion and Conclusion. Comparison to other popular methods has shown that the proposed approach provides more accurate results. The disadvantages of the proposed approach were also identified and possible solutions were described.

Keywords: trajectory prediction, behavior prediction, neural networks, self-driving cars, artificial intelligence, autonomous cars

Acknowledgements: the authors appreciate the “Center for Autonomous Technologies”, Innopolis University, for their assistance in conducting the research.

For citation. Ivanov SA, Rasheed B. Predicting the Behavior of Road Users in Rural Areas for Self-Driving Cars. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2):169–179. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-169-179

Введение. Последние достижения в области искусственного интеллекта (ИИ) активно внедряются в различные сферы деятельности. Одно из таких достижений — беспилотные транспортные средства (БТС). Целью текущих исследований является создание алгоритмов, позволяющих БТС безопасно двигаться по дорогам общего пользования. Это позволит значительно снизить количество дорожно-транспортных происшествий [1].

Научное сообщество уже выделило основные модули беспилотного автомобиля. Один из них — система прогнозирования будущего поведения участников дорожного движения (агентов) [2]. Четкое понимание того, как будет развиваться окружение и в какую сторону будут двигаться динамические объекты (пешеходы, автомобили, велосипедисты), крайне необходимо БТС для поиска и использования безопасной и эффективной траектории движения.

Множество научных статей посвящено задаче прогнозирования таких траекторий [3–12]. Однако в настоящее время не проводится активных исследований по применению существующих методов вне городских условий. А делать это крайне важно, поскольку автономные автомобили будут использоваться и на проселочных дорогах тоже [13]. Городские условия сильно структурированы: автомобили в основном следуют по полосам движения, а пешеходы движутся по специальным зонам. В этом смысле область проселочных дорог является полной противоположностью, а значит, она будет иметь дополнительные сложности при разработке. В данной работе сосредоточено внимание именно на этих сложностях: рассматриваются существующие методы прогнозирования и их применимость к новым, менее структурированным условиям.

Цель исследования заключается в следующем:

– анализ основных отличий и условий работы модуля прогнозирования в условиях проселочных дорог;

– симуляция менее структурированного домена проселочных дорог путем модификации существующих наборов данных;

http://vestnik-donstu.ru

– сравнение современных методов прогнозирования, в том числе на предмет их применимости к новым условиям;

– описание нового подхода и доказательство его более высокой точности работы в сравнении с другими методами прогнозирования.

Материалы и методы. На первый взгляд, представленный домен может показаться более простой версией городских условий из-за того, что проселочные дороги характеризуются меньшим дорожным трафиком. Однако отсутствие сложных дорожных развязок, специальных пешеходных зон, большого количества знаков, разметки и т. д. делает домен проселочных дорог менее структурированным, то есть меньшее количество правил и специфических шаблонов движения увеличивает хаотичность и снижает предсказуемость поведения машин и пешеходов.

Следующие особенности домена проселочных дорог будут оказывать сильное влияние на выбор архитектуры модуля прогнозирования:

– наличие перекрестков. Несомненно, они на проселочных дорогах более простые в сравнении с городскими, но в то же время этот факт простоты означает, что модель должна учитывать мультимодальность и оценивать вероятность выбора каждого возможного направления движения на перекрестке при подъезде агента к нему;

– проселочные дороги не имеют разметки полос движения, пешеходных переходов, велосипедных дорожек и т. д. Вместо нее HD-карта будет содержать только информацию о границах дорожного полотна. Следовательно, этап кодирования сцены должен учитывать эту особенность, чтобы эффективнее описывать окружающий контекст;

– пешеходы и велосипедисты будут двигаться по одной дороге с обычными и беспилотными автомобилями. Следовательно, модель должна быть адаптивной для предсказания будущих траекторий движения как автомобилей, так и пешеходов/велосипедистов.

Модуль прогнозирования подразумевает наличие систем распознавания, трекинга и локализации БТС и их точную работу. Авторы статьи задействуют датасет Argoverse, который хранит необходимые записи работы всех систем в удобном виде [14].

Датасет состоит из записей дорожных сцен, зафиксированных на улицах Майами и Питтсбурга США). Каждая из записей содержит локальную часть карты местности (границы полос, дорог, пешеходные переходы) и список всех распознанных агентов, включающий текущую позицию и историю передвижений каждого из них. Каждая из записей делится на две части: две секунды истории наблюдений и три последующих секунды, для которых делается прогноз (горизонт прогнозирования). Данные будущего движения объектов также доступны и используются для вычисления точности методов прогнозирования и тренировки моделей.

Информация об агентах представлена в дискретном формате. Временной интервал между измерениями фиксирован, в этой работе он равен 0,1 секунды (10 Гц).

Для каждого момента времени t модуль получает историю наблюдений S_i^p для каждого обнаруженного агента i. История наблюдений состоит из текущего и прошлых состояний агента, где каждое из состояний s_t — это 2D позиция в глобальной системе координат. Авторы делают допущение, что информация о высоте является избыточной.

Датасет также предоставляет доступ к HD-карте, которая содержит информацию о границах полос и дорожном полотне, пешеходных переходах. Для симуляции домена проселочных дорог выполнена модификация датасета таким образом, чтобы исключить из дорожных карт всю информацию, кроме границ дорожного полотна D. Тем самым уменьшено количество информации о дорожном контексте и усложнена задача прогнозирования.

Следовательно, контекст сцены представляется как:

$$c = \left\{S_1^p, S_2^p, \ldots, S_k^p, D\right\}, \quad (1)$$

где k — это общее количество отслеживаемых агентов на сцене.

Такой подход подразумевает прогнозирование траектории только для одного агента за одно выполнение, поэтому далее S_i^p трактуется как S^p для упрощения. Чтобы обобщить модель для всех распознанных агентов, требуется повторить предложенный подход для всех k агентов на сцене. Агент, для которого в текущий момент делается прогноз, считается целевым агентом.

Для оценки точности работы методов прогнозирования датасет содержит записанные будущие траектории S^f для каждого целевого агента:

$$S^f = \left\{s_1, s_2, \ldots, s_H\right\}, \quad (2)$$

где H обозначает количество следующих временных шагов. В данном случае параметр H будет равен 30, так как горизонт планирования равен трем секундам с частотой дискретизации 10 Гц.

Домен работы модуля прогнозирования мультимодален, то есть в абсолютно идентичных дорожных ситуациях будущее поведение агентов может существенно различаться. Например, автомобиль, приближающийся к перекрестку, может продолжить свое движение прямо или выполнить поворот. Чтобы принять это во внимание, на выходе модели необходимо генерировать M возможных будущих траекторий и M вероятностей выполнения каждой из них.

Следовательно, цель модуля прогнозирования — создать такую функцию f, которая принимает на вход контекст сцены c и генерирует M пар возможных будущих траекторий и их вероятностей:

$$f(c) = \left\{ S_1^f, S_2^f, \ldots, S_M^f, p_1, p_2, \ldots, p_M \right\} \tag{3}$$

При этом хотя бы одна генерируемая траектория S^f должна быть максимально приближена к реальной траектории S^f, а вероятность её выполнения p должна быть приближена к единице.

Архитектура модели. Предлагаемый подход подразумевает использование нейронной сети, состоящей из подмодулей кодирования сцены, декодирования и фильтрации траекторий. Архитектура системы представлена на рис. 1.

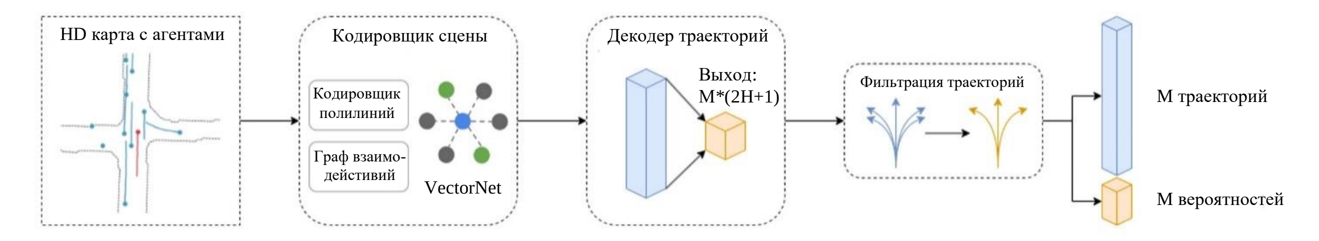


Рис. 1. Архитектура системы

За кодирование сцены отвечает адаптированная к новым условиям нейронная сеть, основанная на векторном представлении. Данный выбор обусловлен тем, что на проселочных дорогах HD-карта будет содержать ограниченное количество информации (только границы дорожного полотна и историю наблюдений динамических объектов). Популярные методы представляют контекст дорожной сцены c в формате изображения и обрабатывают его с помощью сверточных нейронных сетей, однако векторное кодирование позволяет избежать накладных расходов, которые связанны с генерацией изображения [4–5].

Представленный кодировщик основан на модели VectorNet, однако его входной формат данных был модифицирован, чтобы получать информацию только о границах дорожного полотна и состояниях агентов [3]. Данный кодировщик представляет границы дороги и состояния агентов с помощью ломанных линий, которые далее обрабатываются графовой нейронной сетью. Это позволяет кодировать взаимодействие между ломаными линиями. Подробности реализации описаны в статье VectorNet [3].

Декодировщик траекторий представляет собой задачу регрессии нескольких возможных траекторий и генерирования набора вероятностей. Для решения данной задачи задействована модель многослойного персептрона. Реализация декодировщика вдохновлена моделью MTP [4], однако авторы статьи предлагают другую формулу вычисления наилучшей траектории m^* из множества M траекторий. Также предлагается использовать дополнительный механизм, который штрафует модель за прогнозы, выходящие за пределы области движения.

Авторы оригинальной модели MTP предлагают тренировать многослойный персептрон с помощью функции потерь, которая представляет сумму L_{reg} и L_{class}, где:

$$\mathrm{L}_{reg} = \mathrm{L}\left(S^f, S_{m^*}^f\right) \tag{4}$$

$$\mathrm{L}_{class} = -\sum_{m=1}^{M} I_{m=m^*} \log p_m \tag{5}$$

В данном случае L_{reg} — это среднеквадратичная ошибка между реальной траекторией S^f и лучшей траекторий m^* из M генерируемых.

$$\mathrm{L}\left(S^f, S_{m^*}^f\right) = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{H} \left(s_i - s^*_i\right)^2, \tag{6}$$

http://vestnik-donstu.ru

где s_i — реальная будущая позиция агента в момент времени i, а $\tilde{s}_i^*$ — прогнозируемое будущее состояние наилучшей траектории m^*.

L_{class} — функция потерь, основанная на перекрёстной энтропии, которая увеличивает вероятность выполнения лучшей из прогнозируемых траекторий m* до 1 и уменьшает вероятность других траекторий до 0.

I_c является бинарным индикатором, равным 1, если условие c верно, и 0 — в противном случае.

В оригинальной статье лучшая из прогнозируемых траекторий m* определяется как та, которая имеет минимальное значение среднеквадратичной ошибки в сравнении с реальной траекторией:

$$m = \underset{m}{argmin}\ L\left(S^f, S_m^f\right). \qquad (7)$$

Авторы статьи предлагают использовать следующую модификацию:

$$m = \underset{m \in \Delta}{argmin}\ L\left(S^f, S_m^f\right), \qquad (8)$$

где Δ — подмножество генерируемых траекторий, которое имеет схожее финальное направление с реальной траекторией S^f.

Идея заключается в том, чтобы при расчете наилучшей траектории m* убрать из рассмотрения траектории, в которых финальное направление агента значительно отличается от направления в реальной траектории. Если разница направлений отличается меньше, чем некоторый порог γ, то генерируемая траектория считается корректной, то есть $m \subset \Delta$. В рассматриваемом случае γ=30º. Следовательно, лучшая траектория m* должна иметь схожее финальное направление и наименьшее значение функции потерь.

В данной работе также задействованы предварительные знания о домене (prior knowledge) для достижения большей сходимости модели [15]. Поскольку при движении в домене проселочных дорог с HD-карты доступна только информация о границах дорожного полотна, вводится дополнительная переменная $\mathcal{L}_{da}$ в функцию потерь. Благодаря ей модель будет штрафовать прогнозируемые траектории, которые выходят за пределы дороги в случаях, если хотя бы одно состояние $s_i \notin D$. Модель штрафует только наилучшую траекторию, поскольку только для неё можно определить направление уменьшения ошибки путем приближения наилучшей из генерируемых траекторий m* к реальной траектории S^f.

Следовательно, L_{da} определяется как:

$$L_{da} = \frac{1}{H}\sum_{i=1}^{H} I_c \cdot \left(s_i - s_i^*\right)^2, \qquad (9)$$

где I_c равен 1, если $s_i \notin D$, и 0 — в обратном случае.

Финальная функция потерь определяется как:

$$L = L_{class} + \alpha \cdot L_{reg} + \beta \cdot L_{da}, \qquad (10)$$

где α и β — гиперпараметры нейронной сети, использующиеся для обучения. В данном случае оба этих параметра равны 0,5.

Для фильтрации похожих и дублирующихся траекторий предлагаемый подход использует фильтрацию конечного набора траекторий M на финальном этапе. Этот модуль необходим, поскольку в некоторых случаях количество возможных траекторий агента может быть меньше M, например, когда автомобиль движется по прямой дороге с постоянной скоростью, модель может сгенерировать только одну траекторию: автомобиль продолжает двигаться прямо. Однако необходимость генерировать именно M траекторий приведет к тому, что все прогнозы будут схожи между собой.

Предлагаемая фильтрация основана на финальном направлении и позициях состояний s_i: если направление и сумма отклонений между состояниями s_i реальной и генерируемой траекторий меньше порогового значения σ, то траектории считаются схожими. Авторы усредняют каждое состояние траекторий и суммируют вероятности траекторий p_i.

Такой подход был реализован на языке программирования Python на фреймворке глубокого обучения Pytorch. Модель обучалась на видеокарте GeForce RTX 2080 Ti в течение 40 эпох, тренировка заняла четыре часа.

Результаты исследования. Для оценки точности моделей прогнозирования в этом разделе используются широко распространённые метрики для задачи прогнозирования траекторий: среднее значение отклонения (average displacement error, ADE), финальное отклонение (final displacement error, FDE) [6], MissRate (MR) и Offroad rate (OR).

Для мультимодальных случаев с генерацией нескольких траекторий ADE и FDE принимается как минимальное ADE и FDE среди M траекторий (траектория с наименьшим значением метрик) [5].

Метрика MissRate рассчитывается как процент «промазанных» прогнозов. Прогноз считается «промазанным», если метрика ADE сгенерированной траектории более двух метров. Метрика OR рассчитывается как процент траекторий, в которой хотя бы одно состояние s_i выходит за пределы области движений D.

Для визуализации контекста сцены c, а также реальной и прогнозируемых будущих траекторий S^f и S^f был реализован скрипт на языке программирования Python с использованием библиотеки Matplotlib.

В этом разделе сравнивается работа нескольких разных методов в случае неструктурированного домена. В сравнении задействованы следующие методы:

– фильтр Калмана;

– предложенный кодировщик сцены с генерацией одной единственной траектории (Single trajectory output);

– предложенный кодировщик сцены со сведением задачи к классификации среди предопределенных траекторий: по наборам из 64 и 415 предопределенных траекторий (Fixed set classification);

– предлагаемый подход (Proposed approach).

В таблице 1 представлено сравнение точности методов при работе в неструктурированных условиях. Сравнению подвергается несколько методов, включая предлагаемый подход.

Таблица 1

Сравнение моделей в неструктурированном домене работы

Method	Modes	ADE_1	FDE_1	ADE_6	FDE_6	$MR2_1$	$MR2_6$	OR
Kalman filter	1	3,78	8,05	3,78	8,05	0,89	0,89	5,89
Single trajectory output	1	3,12	6,75	3,12	6,75	0,89	0,89	3,26
Fixed set classification	415	3,27	7,00	1,74	3,57	0,84	0,52	3,61
Fixed set classification	64	2,6	5,63	1,52	2,91	0,82	0,49	2,58
Proposed approach	6	2,36	5,29	1,32	2,55	0,78	0,38	1,84

Фильтр Калмана. Простейший способ прогнозирования поведения заключается в получении текущего состояния объекта (текущая полоса движения, скорость, направление и т. д.) и распространении этого состояния на будущие шаги на основе некоторых допущений, например, что автомобиль будет продолжать следовать по своей полосе или будет иметь постоянную скорость и/или ускорение. Другим популярным методом для таких задач является использование фильтра Калмана [12].

Согласно данным таблицы 1, фильтр Калмана работает хуже, чем все представленные методы, основанные на нейронных сетях.

На рис. 2 представлены два случая. В первом случае фильтр Калмана успешно выполняет прогнозирование, поскольку транспортное средство движется прямо, без каких-либо поворотов или изменений скорости. Во втором случае фильтр Калмана приводит ошибочный прогноз из-за отсутствия знаний о контексте дорожной ситуации.

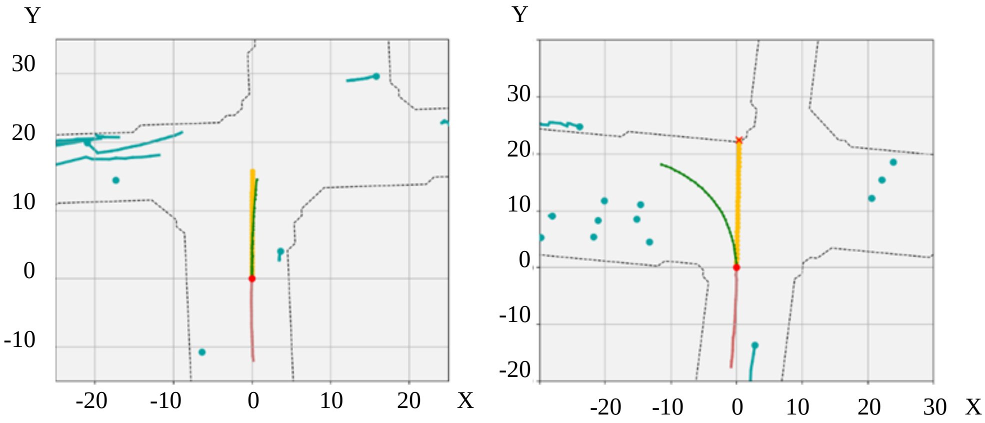


Рис. 2. Пример предсказаний с помощью фильтра Калмана. Пунктирные линии — граница дорожного полотна, линии красного цвета — целевой агент с историей наблюдений, голубого — другие агенты, зеленого — реальная траектория, желтого — прогнозируемая траектория, красные кресты указывают предсказанные состояния за пределами дорожного полотна

http://vestnik-donstu.ru

Single trajectory output. Данный метод подразумевает использование графового кодировщика сцены, который идентичен используемому в предложенном подходе. Вывод сети подразумевает генерацию только одной траектории. Данная модель тренируется с использованием среднеквадратичной функции потерь.

Как показано в таблице 1, нейронная сеть даже с генерированием единственной траектории демонстрирует лучшие результаты в сравнении с фильтром Калмана.

На рис. 3 представлена визуализация работы данного метода прогнозирования. Изображение слева показывает, что модель может успешно предсказывать поворот агента. Изображение справа показывает, что генерации одной траектории недостаточно. Нейронная сеть пытается представить оба возможных исхода: движение прямо и поворот направо. В результате модель выводит среднее значение двух исходов.

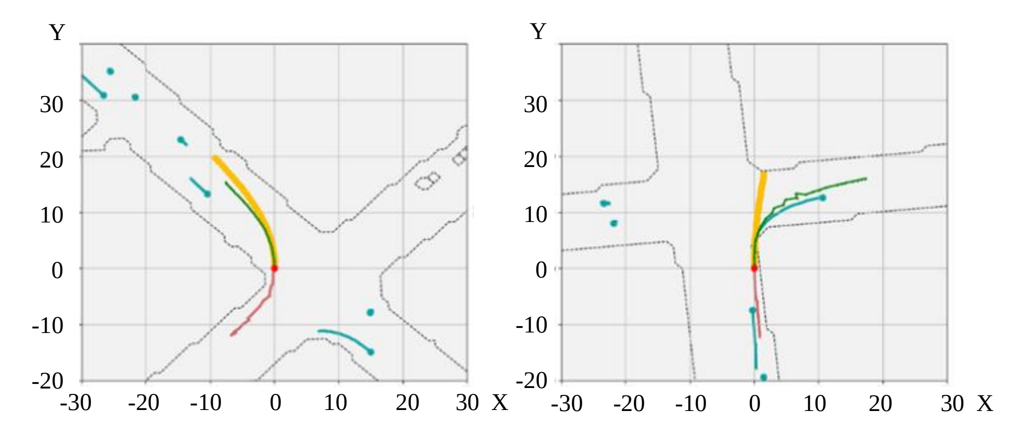


Рис. 3. Пример генерации одной траектории. Линией красного цвета показан целевой агент с историей наблюдений, зеленого — реальная траектория движения, желтого — прогнозируемая траектория

Fixed set classification. Реализация была вдохновлена методом прогнозирования CoverNet [5]. Данная модель состоит из предлагаемого векторного кодировщика сцены, за которым следует иной декодер траекторий. Декодер представляет собой задачу классификации по предопределенному набору траекторий, состоящему из физически реализуемых траекторий транспортного средства с достаточным покрытием. Для экспериментов были созданы два набора: из 415 и 64 возможных траекторий. Второй набор имеет такое же покрытие, как и первый, но обеспечивает меньшую плотность траекторий. Подробная информация о наборах траекторий содержится в статье CoverNet [5].

Визуализация работы представлена на рис. 4. Модель классификации успешно справляется с мультимодальностью на перекрестках, но в некоторых случаях отсутствие достаточного покрытия набором траекторий негативно влияет на результаты.

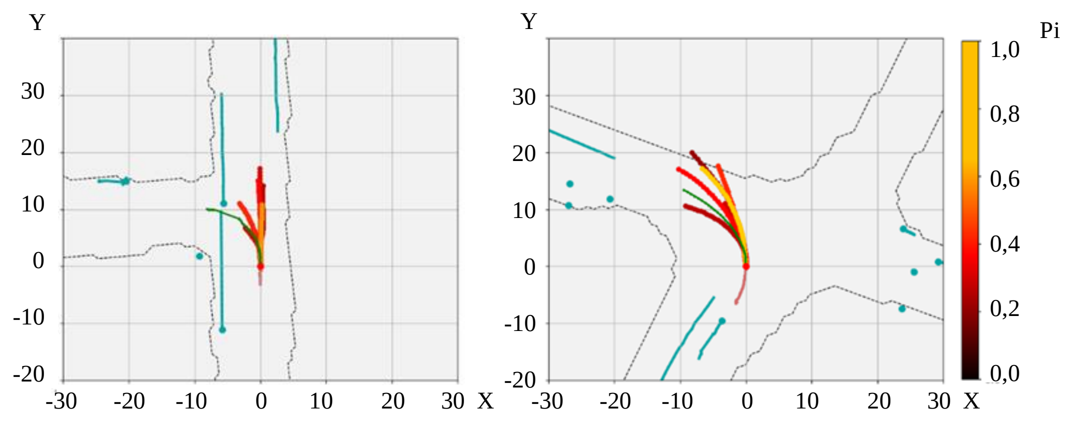


Рис. 4. Пример прогнозирования с помощью классификационной модели. Линии красного цвета — целевой агент с историей наблюдений, зеленого — реальная траектория. *M* прогнозируемых траекторий с разной вероятностью выполнения p_i представлены с использованием красно-желтых оттенков

Как показано в таблице 1, данный метод работает точнее, чем генерация одной траектории, но хуже, чем предлагаемый подход. Кроме того, увеличение плотности набора траекторий за счет использования набора из 415 траекторий не улучшило результаты. Авторы связывают это с наличием шума в наборе данных, который исходит от системы отслеживания, используемой при сборе данных.

Proposed approach. Предлагаемый подход устраняет недостатки всех вышеописанных методов. Это мультимодальный способ прогнозирования, который не страдает от ограничений предопределенного набора траекторий.

Кроме того, согласно таблице 1, предлагаемый подход превосходит все остальные методы по всем показателям. Как показано на рис. 5, метод успешно захватывает два возможных исхода на перекрестке: движение прямо или выполнение поворота.

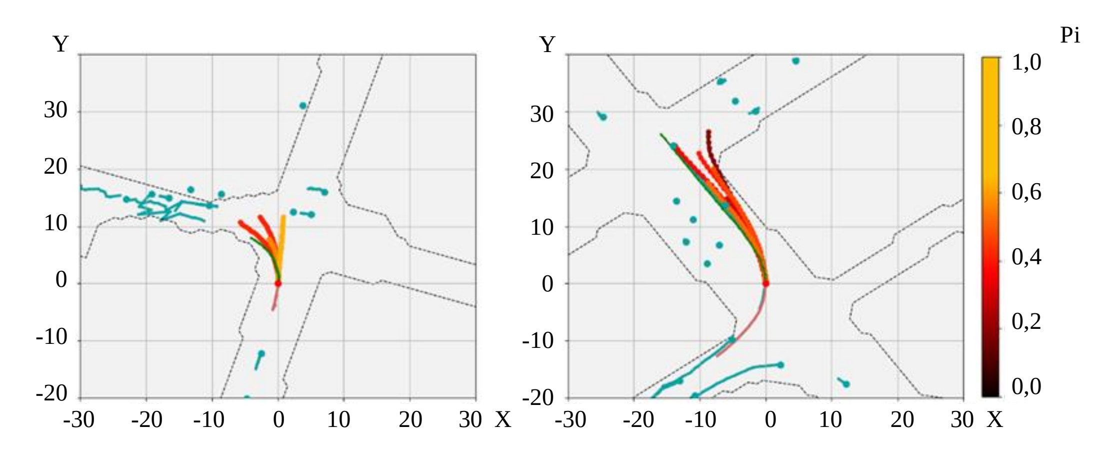


Рис. 5. Пример прогнозирования с помощью классификационной модели. Линии красного цвета — целевой агент с историей наблюдений, зеленого — реальная траектория. *M* прогнозируемых траекторий с разной вероятностью выполнения p_i представлены с использованием красно-желтых оттенков

На рис. 6 показан пример фильтрации схожих траекторий в случае единственного возможного исхода. Вероятность того, что агент завершит начатый поворот, близка к единице, поскольку он уже находится в процессе поворота. Следовательно, в этом случае вероятность выполнения других исходов близка к 0. Предлагаемый модуль успешно фильтрует схожие траектории.

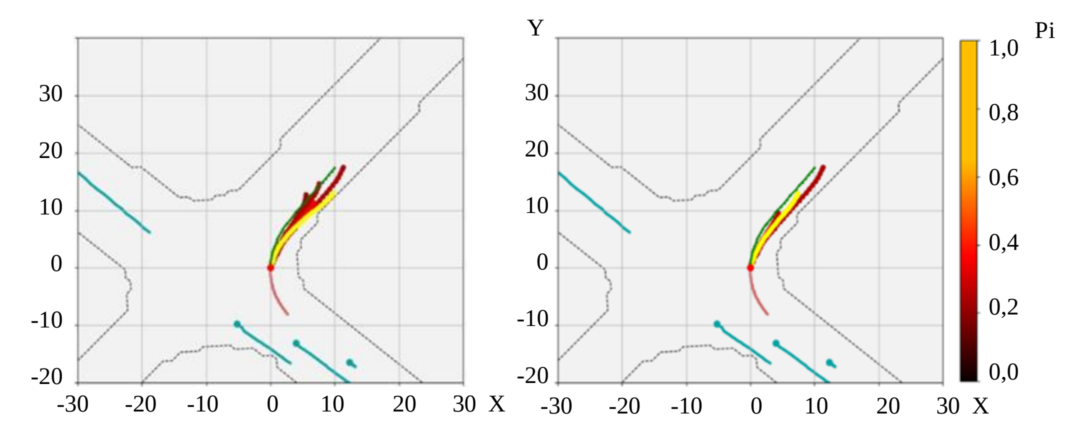


Рис. 6. Эффект фильтрации. Слева представлен весь набор прогнозов, справа — только отфильтрованный набор

Ограничения. Хотя авторы оригинальной статьи о модели MTP [4] указывают, что их метод решает проблему коллапса режима (mode collapse), проведенные авторами данной статьи эксперименты этого не подтверждают. Такая проблема все еще возникает в некоторых случаях. Предполагается, что это связанно со следующими особенностями: функция потерь не штрафует нейронную сеть за генерацию всех возможных траекторий, которые может исполнить целевой агент, пока лучшая из них максимально близко к реальной траектории. Но также модель никак не поощряет сеть к прогнозированию разнообразных возможных путей. Следовательно, сети выгодно делать несколько похожих прогнозов в одном направлении, в котором она более уверена, чем делать по одному прогнозу для каждого возможного пути.

Одним из возможных решений данной проблемы может быть использование декодера траекторий, представленного в моделях TnT, DenseTnT [10–11], которые подразумевают генерацию финальных целей на первых этапах работы. В данных моделях сначала генерируются все возможные финальные цели для агента, а далее генерируются траектории, которые описывают движение от стартовой позиции до каждой из целей. Это позволяет отфильтровывать похожие финальные цели на ранних стадиях и предотвращать коллапс режима.

Обсуждение и заключение. В выполненной работе исследованы современные методы решения задачи прогнозирования траектории. Рассмотрена адаптивность методов к неструктурированным дорожным

условиям — проселочным дорогам. Выявлена недостаточная точность методов, и предложен новый подход к прогнозированию.

Предлагаемый подход основан на моделях VectorNet и MTP, но был адаптирован для домена проселочных дорог. Кроме того, был предложен модуль фильтрации траекторий и дополнительный механизм для функции потерь, который штрафует траектории за выход за пределы зоны движения.

Представленное сравнение показывает, что предлагаемый подход превосходит другие популярные методы.

Были выявлены ограничения подхода MTP: выходные данные по-прежнему имеют тенденцию к коллапсу режима. Предложение для дальнейших модификаций заключается в использовании методов, которые генерируют финальную цель на ранних этапах прогнозирования и тем самым меньше подвержены коллапсу режима.

Список литературы

1. Qing Rao, Jelena Frtunikj. *Deep Learning for Self-Driving Cars: Chances and Challenges*. In: Proc. 1st International Workshop on Software Engineering for AI in Autonomous Systems. New York, NY: Association for Computing Machinery; 2018. P. 35–38. https://doi.org/10.1145/3194085.3194087

2. Shaoshan Liu, Liyun Li, Jie Tang, et al. *Creating Autonomous Vehicle Systems*. San Rafael, CA: Morgan & Claypool; 2020. 216 p.

3. Jiyang Gao, Chen Sun, Hang Zhao, et al. *VectorNet: Encoding HD Maps and Agent Dynamics from Vectorized Representation.* In: Proc. IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle, WA: IEEE; 2020. P. 11525–11533. https://doi.org/10.48550/arXiv.2005.04259

4. Henggang Cui, Vladan Radosavljevic, Fang-Chieh Chou, et al. *Multimodal Trajectory Predictions for Autonomous Driving Using Deep Convolutional Networks*. In: Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Montreal, BC: IEEE; 2019. P. 2090–2096. https://doi.org/10.48550/arXiv.1809.10732

5. Tung Phan-Minh, Elena Corina Grigore, Freddy A. Boulton, et al. *CoverNet: Multimodal Behavior Prediction Using Trajectory Sets*. In: Proc. IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle, WA: IEEE; 2020. P. 14074–14083. https://doi.org/10.48550/arXiv.1911.10298

6. Abduallah Mohamed, Kun Qian, Mohamed Elhoseiny, et al. *Social-STGCNN: A Social Spatio-Temporal Graph Convolutional Neural Network for Human Trajectory Prediction*. In: Proc. IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle, WA: IEEE; 2020. P. 14424–14432. https://doi.org/10.48550/arXiv.2002.11927

7. Biktairov Yu., Stebelev M., Rudenko I., et al. *PRANK: Motion Prediction Based on RANKing*. In: Neural Information Processing Systems. Vancouver: Virtual Conference; 2020. P. 2553–2563. https://doi.org/10.48550/arXiv.2010.12007

8. Yuning Chai, Benjamin Sapp, Mayank Bansal, et al. MultiPath: Multiple Probabilistic Anchor Trajectory Hypotheses for Behavior Prediction. *Proceedings of the Conference on Robot Learning*. 2020;100:86–99. https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.05449

9. Ajay Jain, Sergio Casas, Renjie Liao, et al. Discrete Residual Flow for Probabilistic Pedestrian Behavior Prediction. In: Proc. 3rd Conference on Robot Learning. *Proceedings of Machine Learning Research*. 2019;100:407–419. https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.08041

10. Hang Zhao, Jiyang Gao, Tian Lan, et al. *TNT: Target-driveN Trajectory Prediction*. In: Conference on Robot Learning. Cambridge, MA: Virtual Conference; 2020. P. 895–904. https://doi.org/10.48550/arXiv.2008.08294

11. Junru Gu, Chen Sun, Hang Zhao. *Dense TNT: End-to-end Trajectory Prediction from Dense Goal Sets*. In: Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Montreal, BC: IEEE; 2021. P. 15303–15312. https://doi.org/10.48550/arXiv.2108.09640

12. Prévost C.G., Desbiens A., Gagnon E. *Extended Kalman Filter for State Estimation and Trajectory Prediction of a Moving Object Detected by an Unmanned Aerial Vehicle*. In: Proceedings of the American Control Conference. New York, NY: IEEE; 2007. P. 1805–1810. https://doi.org/10.1109/ACC.2007.4282823

13. Zeyu Zhu, Nan Li, Ruoyu Sun, et al. *Off-road Autonomous Vehicles Traversability Analysis and Trajectory Planning Based on Deep Inverse Reinforcement Learning*. In: IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV). Las Vegas, NV: IEEE; 2020. P. 971–977. https://doi.org/10.1109/IV47402.2020.9304721

14. Mig-Fang Chang, John Lambert, Patsorn Sangkloy, et al. *Argoverse: 3D Tracking and Forecasting with Rich Maps*. In: Proc. 2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Long Beach, CA: IEEE; 2019. P. 8748–8757. https://doi.org/10.1109/CVPR.2019.00895

15. Casas S., Gulino C., Suo S., et al. *The Importance of Prior Knowledge in Precise Multimodal Prediction*. In: 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Las Vegas, NV: IEEE; 2020. P. 2295–2302. https://doi.org/10.48550/arXiv.2006.02636

References

1. Qing Rao, Jelena Frtunikj. *Deep Learning for Self-Driving Cars: Chances and Challenges*. In: Proc. 1st International Workshop on Software Engineering for AI in Autonomous Systems. New York, NY: Association for Computing Machinery; 2018. P. 35–38. https://doi.org/10.1145/3194085.3194087

2. Shaoshan Liu, Liyun Li, Jie Tang, et al. *Creating Autonomous Vehicle Systems*. San Rafael, CA: Morgan & Claypool; 2020. 216 p.

3. Jiyang Gao, Chen Sun, Hang Zhao, et al. *VectorNet: Encoding HD Maps and Agent Dynamics from Vectorized Representation.* In: Proc. IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle, WA: IEEE; 2020. P. 11525–11533. https://doi.org/10.48550/arXiv.2005.04259

4. Henggang Cui, Vladan Radosavljevic, Fang-Chieh Chou, et al. *Multimodal Trajectory Predictions for Autonomous Driving Using Deep Convolutional Networks*. In: Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Montreal, BC: IEEE; 2019. P. 2090–2096. https://doi.org/10.48550/arXiv.1809.10732

5. Tung Phan-Minh, Elena Corina Grigore, Freddy A. Boulton, et al. *CoverNet: Multimodal Behavior Prediction Using Trajectory Sets*. In: Proc. IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle, WA: IEEE; 2020. P. 14074-14083. https://doi.org/10.48550/arXiv.1911.10298

6. Abduallah Mohamed, Kun Qian, Mohamed Elhoseiny, et al. *Social-STGCNN: A Social Spatio-Temporal Graph Convolutional Neural Network for Human Trajectory Prediction*. In: Proc. IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Seattle, WA: IEEE; 2020. P. 14424–14432. https://doi.org/10.48550/arXiv.2002.11927

7. Biktairov Yu, Stebelev M, Rudenko I, et al. *PRANK: Motion Prediction Based on RANKing*. In: Neural Information Processing Systems. Vancouver: Virtual Conference; 2020. P. 2553–2563. https://doi.org/10.48550/arXiv.2010.12007

8. Yuning Chai, Benjamin Sapp, Mayank Bansal, et al. MultiPath: Multiple Probabilistic Anchor Trajectory Hypotheses for Behavior Prediction. *Proceedings of the Conference on Robot Learning*. 2020;100:86–99. https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.05449

9. Ajay Jain, Sergio Casas, Renjie Liao, et al. Discrete Residual Flow for Probabilistic Pedestrian Behavior Prediction. In: Proc. 3rd Conference on Robot Learning, Osaka, Japan, 2019. *Proceedings of Machine Learning Research*. 2019;100:407–419. https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.08041

10. Hang Zhao, Jiyang Gao, Tian Lan, et al. *TNT: Target-driveN Trajectory Prediction*. In: Conference on Robot Learning. Cambridge, MA: Virtual Conference; 2020. P. 895–904. https://doi.org/10.48550/arXiv.2008.08294

11. Junru Gu, Chen Sun, Hang Zhao. *Dense TNT: End-to-end Trajectory Prediction from Dense Goal Sets*. In: Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. Montreal, BC: IEEE; 2021. P. 15303–15312. https://doi.org/10.48550/arXiv.2108.09640

12. Prévost CG, Desbiens A, Gagnon E. *Extended Kalman Filter for State Estimation and Trajectory Prediction of a Moving Object Detected by an Unmanned Aerial Vehicle.* In: Proc. American Control Conference. New York, NY: IEEE; 2007. P. 1805–1810. https://doi.org/10.1109/ACC.2007.4282823

13. Zeyu Zhu, Nan Li, Ruoyu Sun, et al. *Off-road Autonomous Vehicles Traversability Analysis and Trajectory Planning Based on Deep Inverse Reinforcement Learning*. In: IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV). Las Vegas, NV: IEEE; 2020. P. 971–977. https://doi.org/10.1109/IV47402.2020.9304721

14. Mig-Fang Chang, John Lambert, Patsorn Sangkloy, et al. *Argoverse: 3D Tracking and Forecasting with Rich Maps*. In: Proc. 2019 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Long Beach, CA: IEEE; 2019. P. 8748–8757. https://doi.org/10.1109/CVPR.2019.00895

15. Casas S, Gulino C, Suo S, et al. *The Importance of Prior Knowledge in Precise Multimodal Prediction*. In: 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Las Vegas, NV: IEEE; 2020. P. 2295–2302. https://doi.org/10.48550/arXiv.2006.02636

Поступила в редакцию 09.04.2023
Поступила после рецензирования 25.04.2023
Принята к публикации 28.05.2023

Об авторах:

Сергей Александрович Иванов, старший инженер центра беспилотных технологий университета Иннополис (420500, РФ, г. Иннополис, ул. Университетская, 1), ORCID, se.ivanov@innopolis.ru

Бадер Рашид, руководитель отдела разработки систем распознавания центра беспилотных технологий университета Иннополис (420500, РФ, г. Иннополис, ул. Университетская, 1), ResearcherID, ScopusID, ORCID, b.rasheed@innopolis.university

http://vestnik-donstu.ru

Заявленный вклад соавторов:
С.А. Иванов — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчетов, подготовка текста, формирование выводов.
Б. Рашид — научное руководство, анализ результатов исследований, выдвижение возможных гипотез, доработка текста.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Received 09.04.2023
Revised 25.04.2023
Accepted 28.05.2023

About the Authors:
Sergey A. Ivanov, Senior Engineer, Center for Autonomous Technologies, Innopolis University (1, Universitetskaya St., Innopolis, 420500, RF), ORCID, se.ivanov@innopolis.ru

Bader Rasheed, Head of the Recognition Systems Development Department, Center for Autonomous Technologies, Innopolis University (1, Universitetskaya St., Innopolis, 420500, RF), ResearcherID, ScopusID, ORCID, b.rasheed@innopolis.university

Claimed contributorship:
SA Ivanov: basic concept formulation; research objective and tasks; computational analysis; text preparation; formulation of conclusions.
B Rasheed: academic advising; analysis of the research results; hypotheses advancement; revision of the text.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT




УДК 004.946
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-180-190

Научная статья



Визуальная когерентность в дополненной реальности

А.Л. Горбунов [1,2]
[1]Московский государственный технический университет гражданской авиации, г. Москва, Российская Федерация
[2]ООО «Авиареал», г. Москва, Российская Федерация
✉ a-gorbunov@mail.ru

Аннотация
Введение. 2020-е годы ознаменовались появлением нового поколения компьютерных тренажеров с применением технологии дополненной реальности. Одно из преимуществ данной технологии — возможность безопасного моделирования опасных ситуаций в реальном мире. Необходимым условием использования этого преимущества является обеспечение визуальной когерентности сцен дополненной реальности: виртуальные объекты должны быть неотличимы от реальных. Все мировые IT-лидеры рассматривают дополненную реальность как следующую волну радикальных изменений в цифровой среде, поэтому визуальная когерентность становится ключевым вопросом для будущего IT, а в аэрокосмических приложениях визуальная когерентность уже приобрела практическое значение. Примером может служить разработка корпорацией Боинг пилотского тренажера с дополненной реальностью (2022). Визуальная когерентность — сложная комплексная проблема, одним из аспектов которой является обеспечение корректной колористической тонировки виртуальных объектов в сцене дополненной реальности. Цель работы — разработка нового метода такой тонировки.
Материалы и методы. В разработанном методе (названном спектральной трансплантацией) используются двумерные спектральные преобразования изображений.
Результаты исследования. Предложена технология спектральной трансплантации, обеспечивающая прямую передачу характеристик цвета, яркости и контраста от реального фона к виртуальным объектам. Разработан алгоритм автоматического выбора оптимального вида спектрального преобразования.
Обсуждение и заключение. Будучи полностью автоматическим процессом без регистрации условий освещенности, спектральная трансплантация решает ряд сложных проблем визуальной когерентности. Спектральная трансплантация может стать ценным дополнением к другим методам обеспечения визуальной когерентности.

Ключевые слова: компьютерные тренажеры, дополненная реальность, визуальная когерентность

Благодарности: автор выражает благодарность А. Теренци (Inglobe Technologies Srl, Чеккано, Италия) за поддержку в разработке программного обеспечения.

Для цитирования. Горбунов А.Л. Визуальная когерентность в дополненной реальности. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(2):180–190. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-180-190

http://vestnik-donstu.ru

© Горбунов А. Л., 2023

Original article

Visual Coherence for Augmented Reality

Andrey L. Gorbunov [1,2]
[1] Moscow State Technical University of Civil Aviation, Moscow, Russian Federation
[2] "Aviareal" LLC, Moscow, Russian Federation
✉ a-gorbunov@mail.ru

Abstract
Introduction. The 2020s were marked by the emergence of a new generation of computer simulators using augmented reality. One of the promising advantages of augmented reality technology is the ability to safely simulate hazardous situations real-world. A prerequisite for realizing this advantage is to provide the visual coherence of augmented reality scenes: virtual objects must be indistinguishable from real ones. All IT leaders consider augmented reality as a next "big wave"; thus, the visual coherence is becoming a key issue for IT in general. However, it is in aerospace applications that the visual coherence has already acquired practical significance. An example is Boeing's development of an augmented reality flight simulator, which began in 2022. Visual coherence is a complex problem, one of the aspects of which is to provide the correct overall coloration of virtual objects in an augmented reality scene. The objective of the research was to develop a new method of such tinting.
Materials and Methods. The developed method (called spectral transplantation) uses two-dimensional spectral image transformations.
Results. A spectral transplantation technology is proposed that provides direct transfer of color, brightness, and contrast characteristics from the real background to virtual objects. An algorithm for automatic selection of the optimal type of spectral transformation has been developed.
Discussion and Conclusion. Being a fully automatic process without recording lighting conditions, spectral transplantation solves a number of complex problems of visual coherence. Spectral transplantation can be a valuable addition to other methods of providing visual coherence.

Keywords: computer simulators, augmented reality, visual coherence

Acknowledgements: the author would like to thank Alessandro Terenzi, Inglobe Technologies Srl, Ceccano, Italy, for his support in software development.

For citation. Gorbunov AL. Visual Coherence for Augmented Reality. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(2): 180–190. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-180-190

Введение. Современные тренажеры фактически по умолчанию подразумевают использование виртуальной реальности (virtual reality — VR). Преимущества такого подхода хорошо известны, поэтому не будем на них останавливаться, но отметим ряд существенных и, что важнее, непреодолимых недостатков, обусловленных самой природой технологии виртуальной реальности. VR — это цифровая, дискретная технология, в то время как реальный мир непрерывен. Поэтому моделирование реального мира в VR неизбежно связано с ошибками, что снижает эффективность обучения. Однако для обучающих систем еще более серьезным негативным аспектом является то, что решения человека во многом основаны на подсознательном учете множества деталей реальной картины мира. Этот процесс принципиально невозможно воспроизвести с помощью чисто компьютерных технологий (например, VR) по двум причинам: мы до сих пор не знаем (и вряд ли когда-либо узнаем) каков механизм работы человеческого мозга, последние спекуляции на тему искусственного интеллекта только подтверждают это; детали реального мира, учитываемые при принятии решений, практически бесконечны по количеству, возникают случайным образом и имеют самую разную природу (визуальную, акустическую, тактильную...).

Появление в 2020-х годах обучающих систем дополненной реальности (augmented reality — AR) снижает остроту этой проблемной ситуации. Примерами могут служить разработка компанией Boeing пилотского тренажера дополненной реальности на основе известного проекта R6 ATARS, которая началась осенью 2022 года, а также параллельно стартовавший похожий проект британской BAE Systems или тренажер авиадиспетчеров из данной статьи. Все информационное богатство окружающего нас мира в AR представлено в явном виде и не требует моделирования. Но для реализации преимуществ AR, связанных с параллельным присутствием реальных и виртуальных объектов в сценах, необходимо решить проблему визуальной когерентности (visual coherence — VC): виртуальные объекты должны быть неотличимы от реальных. В данной

статье предлагается метод решения проблемы визуальной когерентности в рамках проекта по разработке системы обучения авиадиспетчеров.

AR является производной формой VR. AR сохраняет все возможности VR, но, помимо этого, как гибридная технология обладает значительными преимуществами, вытекающими из параллельного сосуществования виртуальных и реальных объектов, что и привлекает внимание разработчиков к VC. Более того, исследования [1] показывают, что среди негативных психофизиологических последствий использования устройств дополненной реальности доминирует оптический дискомфорт, который возникает из-за разницы в восприятии реальных и виртуальных объектов в одной и той же сцене из-за отсутствия VC. Лидеры IT-отрасли рассматривают AR как следующую «большую волну» революционных изменений в цифровой электронике. Поэтому проблема VC становится ключевой для IT в целом, и эти лидеры проявляют растущий интерес к методам ее решения [2]. Однако в аэрокосмических приложениях проблема визуальной когерентности уже приобрела практическое значение. Авторы столкнулись с проблемой VC при разработке системы обучения авиадиспетчеров: стремительный рост интенсивности воздушного движения в аэропортах привел к увеличению частоты столкновений самолетов с другими воздушными судами и аэродромным транспортом при наземном маневрировании (>50 случаев по всему миру в 2018 году до начала пандемии). Авиадиспетчеры, работающие на вышках аэропортов, не всегда готовы адекватно реагировать на подобные нештатные ситуации, что требует дополнительной подготовки. Наиболее эффективная форма такого обучения предполагает представление диспетчеру ситуации опасного сближения объектов на летном поле, что невозможно с реальными объектами, но может быть абсолютно безопасно реализовано в сценах дополненной реальности. В нашем приложении аварийные ситуации были безопасно смоделированы с помощью AR на реальном аэродроме, при этом используемые виртуальные самолеты должны быть неотличимы от реальных.

Исчерпывающий обзор известных методов VC можно найти в статье [3]. Согласно авторской классификации, все методы VC можно разделить на два основных класса: с измерением параметров освещения и с оценкой условий освещения. В первом случае обязательной процедурой является предварительное измерение условий освещенности, проводимое с помощью специального оборудования. Эта процедура — длительный и трудоемкий процесс и не представляется возможной, если используется заранее полученное изображение или видео реального мира. Во втором случае сложность восстановления картины освещения по изображениям приводит к допущениям и ограничениям, что делает результаты неоднозначными. Поэтому, несмотря на впечатляющие результаты, полученные исследователями с помощью методов упомянутых в обзоре [3], уровень VC все еще часто недостаточен, особенно в сценах AR с реальными естественными ландшафтами в условиях рассеянного освещения, которые типичны для авиационных приложений. Как показывает приведенный ниже обзор публикаций, существует дефицит исследований такого рода.

Цель данной работы — разработка универсального и автоматического метода, обеспечивающего прямой перенос характеристик цвета, яркости и контраста с реального фона на виртуальные объекты без цифрового 3D-моделирования, которое необходимо в существующих подходах VC. Метод основан на математическом аппарате двумерных спектральных преобразований, мы назвали его «спектральной трансплантацией».

Основными результатами данной работы являются:

– базовая схема для метода спектральной трансплантации, который обеспечивает прямой перенос характеристик цвета, яркости и контраста с реального фона на виртуальные объекты. Метод предполагает замену части спектра изображения виртуального мира на такую же часть спектра изображения реального мира с последующим обратным преобразованием спектра с пересаженной частью;

– алгоритм автоматического выбора оптимального вида спектрального преобразования для использования в спектральной трансплантации.

Важно отметить, что VC зависит от многих факторов: освещения, теней, цветового тона, взаимных отражений, текстуры поверхности, оптических аберраций, конвергенции, аккомодации и пр. Соответственно используются различные техники AR-визуализации. В нашем случае VC обеспечивается только для факторов общего освещения и окраски виртуальных объектов в AR. Это является одним из наиболее сложных вопросов VC, особенно для сцен на открытом воздухе. Поэтому для достижения полной VC спектральная трансплантация должна использоваться в сочетании с другими методами VC.

Список источников в [3] включает 175 позиций; этот обзор включает практически все подходы к достижениям в VC (за исключением последних, основанных на нейронных сетях, рассматриваемых ниже). Поэтому здесь кратко опишем некоторые характерные примеры, которые соответствуют упомянутым основным классам.

Измерение условий освещения

Используя зонд освещенности с диффузными полосами между зеркальными сферическими квадрантами, Дебевек и др. [4] продемонстрировали, как полный динамический цветовой диапазон сцены может быть восстановлен из одной экспозиции. На основе изображения, полученного с помощью зонда, интенсивность нескольких источников света может быть оценена путем решения простой линейной системы уравнений. Результаты были использованы для рендеринга виртуальной диффузной сферы.

Альхаками и Тасерян [5] оценивают направление падающего света (прямое освещение) реальной сцены используя методы компьютерного зрения с помощью 360°- камеры, прикрепленной к AR-устройству. Система моделирует отраженный свет от поверхностей при рендеринге виртуальных объектов. Затем определяются параметры теней для каждого виртуального объекта.

Оценка условий освещения

Кнорр и Курц [6] предложили схему оценки условий освещения в реальном мире на основе фото человеческого лица. Метод основан на обучении модели вида лица на основе базы данных по лицам при известном освещении. Авторы затем восстанавливают наиболее правдоподобные условия освещения в реальном мире в базисе сферических гармоник для запечатленного лица.

Стоит упомянуть работу [7], где описана комбинация измерения и оценки освещенности. Авторы измеряют отражательные свойства реальных объектов, используя карты глубины и цветные изображения вращающегося объекта на поворотном столе с помощью RGB-D камеры. Форма объекта реконструируется путем интеграции изображений глубины объекта, полученных с разных точек обзора. Отражательная способность объекта определяется путем оценки параметров модели отражения по восстановленным изображениям формы и цвета.

Наиболее близкими аналогами предлагаемого метода являются подходы, которые, как и спектральная трансплантация не предполагают предварительных измерений освещения и моделирования условий освещения, геометрии сцены, отражения поверхности, а также предусматривают автоматическую обработку.

Среди таких аналогов — методы передачи цвета от изображения к изображению. В работе [8] представлен способ автоматического переноса цветовой статистики (средних значений и стандартных отклонений) с эталонного изображения на целевое. Дополнительные параметры используются для того, чтобы избежать ручной обработки, которая необходима для определения особенностей передачи цвета в случаях, когда изображения имеют сильное различие в цветовой палитре. Эти дополнительные параметры объединяют дисперсии эталонного и целевого изображений. Авторы статьи утверждают, что, хотя ручное изменение этих параметров требуется крайне редко, тем не менее иногда это необходимо. Кроме того, статистическая природа метода вызывает вопросы относительно вида и объема статистики. Также неочевидна способность метода обрабатывать некоторые типы изображений (содержащие блестящие объекты, тени).

Сяо и Ма [9] представили алгоритм для решения проблемы достоверности передачи цвета с точки зрения деталей сцены и цветов. Авторы рассматривают сохранение цветового градиента как необходимое условие достоверности сцены. Они формулируют проблему передачи цвета как задачу оптимизации и решают ее в два этапа — согласование гистограмм и оптимизация с сохранением градиента. Предложена метрика для объективной оценки эффективности алгоритмов передачи цвета на основе примеров.

Преимуществами разработанного метода, по сравнению с [8, 9] и их многочисленными аналогами, являются его универсальность, полностью автоматический характер и возможность передачи не только цвета, но и всех основных характеристик изображения с помощью одной простой процедуры.

Предложенный метод использует двумерные спектральные преобразования. Различные виды изображений оптимально описываются различными типами спектральных преобразований («оптимально» — в смысле соответствия визуального восприятия для реальных и виртуальных объектов). Среди активно используемых в цифровой обработке изображений со времен появления цифрового телевидения — дискретное преобразование Фурье, дискретное косинусное преобразование, преобразование Хадамара, S-преобразование и преобразование Карунена-Лоэва.

Материалы и методы. Схема метода спектральной трансплантации (версия, использующая преобразование Фурье [10]) показана на рис. 1. В качестве входных данных используются кадры реального мира (world frame — WF) и виртуального мира (virtual frame — VF) (рис. 2). Это естественно для «видео» AR (когда реальный мир наблюдается через видеокамеру). Для «прозрачной» AR, когда реальный мир наблюдается через прозрачные очки, реальные изображения захватываются с помощью камер, расположенных на AR-очках.

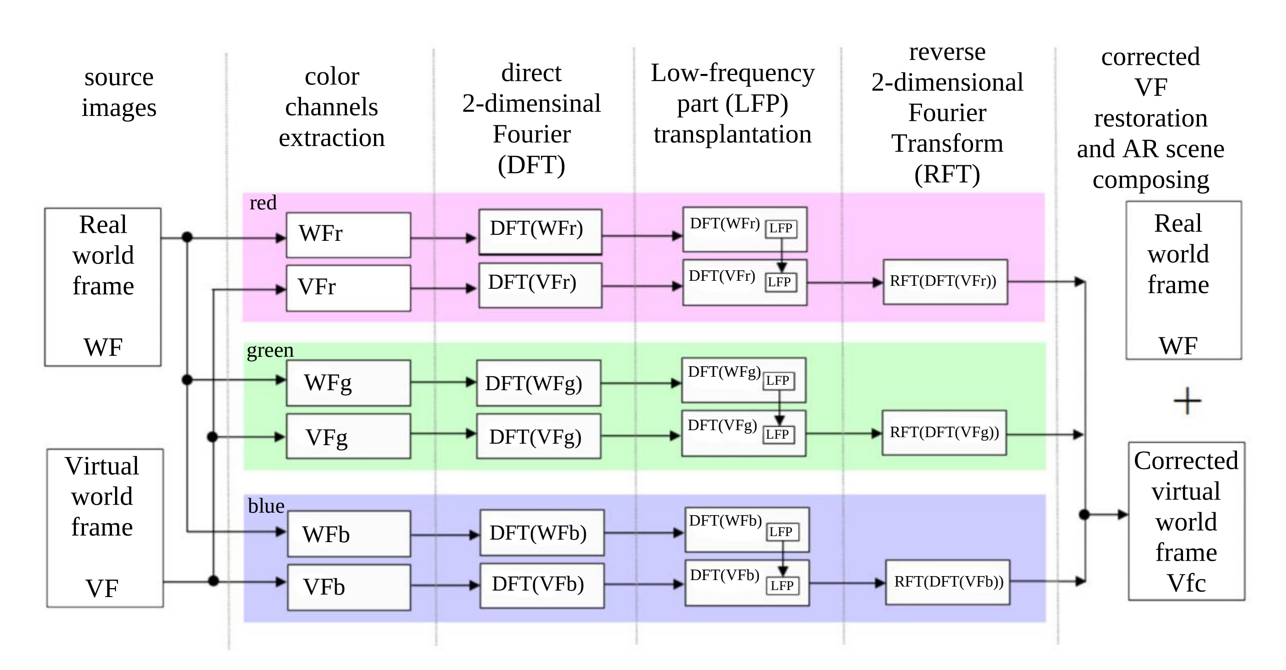


Рис. 1. Схема метода спектральной трансплантации.
Версия, использующая преобразование Фурье



а) *б*) *в*)

Рис. 2. Видеокадры реального мира (WF) и виртуального мира (VF):
а — WF, аэропорт, облачная погода; *б* — WF, аэропорт, солнечная погода; *в* — VF, виртуальный самолет. WF представляют собой небольшие фрагменты (<25 %) изображений, опубликованных на сайтах sydneyairport.com.au и 6sqft.com

Целью данного метода является перенос основных характеристик изображения из WF в VF. Схема работы метода очень проста, хотя операции имеют большой вычислительный объем. Метод реализуется в пять этапов (рис. 1):

1) Выделение цветовых (RGB) каналов для WF — WFr, WFg, WFb и для VF — VFr, VFg, VFb. Модель RGB используется из-за ее общности и корреляции между каналами, которая специфична для этой модели.

2) Вычисление двумерного прямого преобразования Фурье (direct Fourier transform — DFT): DFT(WFr), DFT(WFg), DFT(WFb), DFT(VFr), DFT(VFg), DFT(VFb). Формула DFT приведена ниже:

$$X_c(k,l)=\frac{1}{MN}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}x_c(m,n)\exp(-j2\pi(\frac{km}{M}+\frac{nl}{N})) \quad (1)$$

где $c = R, G, B$ — индекс для красного, зеленого и синего каналов цветного изображения; M, N — номера строк и столбцов матрицы пикселей преобразованного изображения; k, l — аргументы пространственной частоты; $x_c(m,n)$ — значение пикселя с пространственными координатами (m,n) в канале c; $X_c(k,l)$ — комплексные числа.

3) Этот этап является ключевым. Трансплантация низкочастотной части (low-frequency part-LFP) осуществляется между парами спектров WF и VF для каждого из красного, зеленого и синего каналов. Это означает, что LFP VF заменяется на соответствующую LFP WF. Идея спектральной трансплантации основана на следующем свойстве DFT: общий характер изображения (т.е. цветовой оттенок, яркость, контраст) зависит от пространственных частот, содержащихся в LFP (включая постоянную составляющую) его двумерного спектра.

http://vestnik-donstu.ru

Таким образом, пересаживая LFP WF в спектр VF, мы переносим основные характеристики изображения из WF в VF. Для этого удобнее использовать центрированную форму двумерного спектра, где постоянная составляющая находится в центре матрицы спектральных коэффициентов, а низкочастотные компоненты симметрично расположены вокруг постоянной составляющей. В центрированном спектре LFP является центральной частью матрицы DFT, и LFP имеет размер Ml × Nl (Ml <M, Nl <N). Если Ml =Nl, то обозначение для квадратной матрицы LFP может быть LFP(012..F), где 0 — постоянная компонента, F — номер наибольшей пространственной частоты в матрице LFP.

Размер LFP для трансплантации зависит от размера преобразованного изображения (этот размер определяет спектральное разрешение) и от объема характеристик изображения, которые должны быть заимствованы из WF. На данном этапе исследований размер LFP определяется эмпирически. Например, наилучшие визуальные результаты для изображений размером 512×512 пикселей были получены при использовании LFP (012345).

4) Восстановление каналов RGB для VF с помощью двумерного обратного преобразования Фурье (reverse Fourier transform — RFT). Одновременно на этом этапе происходит смешение характеристик WF и VF. В результате получаются RGB-каналы изображения VF с основными цветовыми, яркостными и контрастными характеристиками WF, а также с характеристиками, унаследованными от исходного VF.

5) Восстановление откорректированного цвета VF путем слияния RGB-каналов, полученных на предыдущем этапе, вырезания виртуальных объектов и построения AR-сцены путем наложения вырезанных виртуальных объектов на WF.

Очевидно, что если этот метод используется для обработки видеопотока WF, то нет необходимости в вычислениях DFT и, соответственно, LFP для каждого кадра реального мира, поскольку основные характеристики изображения меняются только при радикальном изменении записываемой сцены. Такие изменения можно легко обнаружить по скачкам среднего значения пикселей. В эти моменты необходимо пересчитать спектральное преобразование для LFP.

Поскольку различные виды изображений оптимально описываются различными видами спектральных преобразований упомянутыми выше, целесообразно разработать автоматический алгоритм выбора оптимального вида преобразования для использования в спектральной трансплантации.

Мы предлагаем оценивать разницу между зрительным восприятием VF и WF по среднеквадратичному расстоянию *Δ* между LFP спектров мощности их изображений (для всех цветовых каналов):

$$\Delta_c = \frac{1}{M_l N_l} \sum_{k=0}^{M_l} \sum_{l=0}^{N_l} \left| P_{Vc}(k,l) - P_{Wc}(k,l) \right|^2, \; c = R,G,B, \tag{2}$$

где P_V и P_W — двумерные спектры мощности соответственно VF и WF. Например, в случае преобразования Фурье, формула для P имеет вид:

$$P_c(k,l) = \left| \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} x_c(m,n) \exp(-j2\pi(\frac{km}{M} + \frac{nl}{N})) \right|^2. \tag{3}$$

Мы предлагаем определять оптимальный вид спектрального преобразования близостью векторов *Δ* и среднего вектора, вычисленного по критерию минимальной суммы квадратов расстояний между средним вектором и векторами *Δ* для всех рассматриваемых преобразований.

Пусть $\Delta_j(\Delta_j R, \Delta_j G, \Delta_j B)$ — нормированный вектор расстояния между спектром LFPs VF и WF для преобразования *j*. Пусть $\Delta_a(\Delta_a R, \Delta_a G, \Delta_a B)$ — средний вектор, а D_j — расстояние между Δ_j и Δ_a. Тогда сумма *S* квадратов расстояний от векторов Δ_j всех рассматриваемых преобразований до среднего вектора равна:

$$S = \sum_j {D_j}^2 = \sum_j \sum_c (\Delta_{jc} - \Delta_{ac})^2, \; c = R,G,B. \tag{4}$$

Координаты Δ_{aR}, Δ_{aG}, Δ_{aB} среднего вектора вычисляются как решение системы дифференциальных уравнений с частными производными:

$$\frac{\partial S}{\partial \Delta_{ac}} = 0, \; c = R,G,B. \tag{5}$$

Выбор оптимального вида спектрального преобразования определяется условием близости:

$$\min_j D_j. \tag{6}$$

Другим очевидным критерием выбора оптимального вида преобразования является длина векторов *Δ*. Однако экстремумы такого критерия могут быть связаны со способностью или неспособностью определенных преобразований правильно обнаружить разницу между определенными видами WF и VF. Поэтому мы рассматриваем использование среднего вектора как более надежный способ отбора.

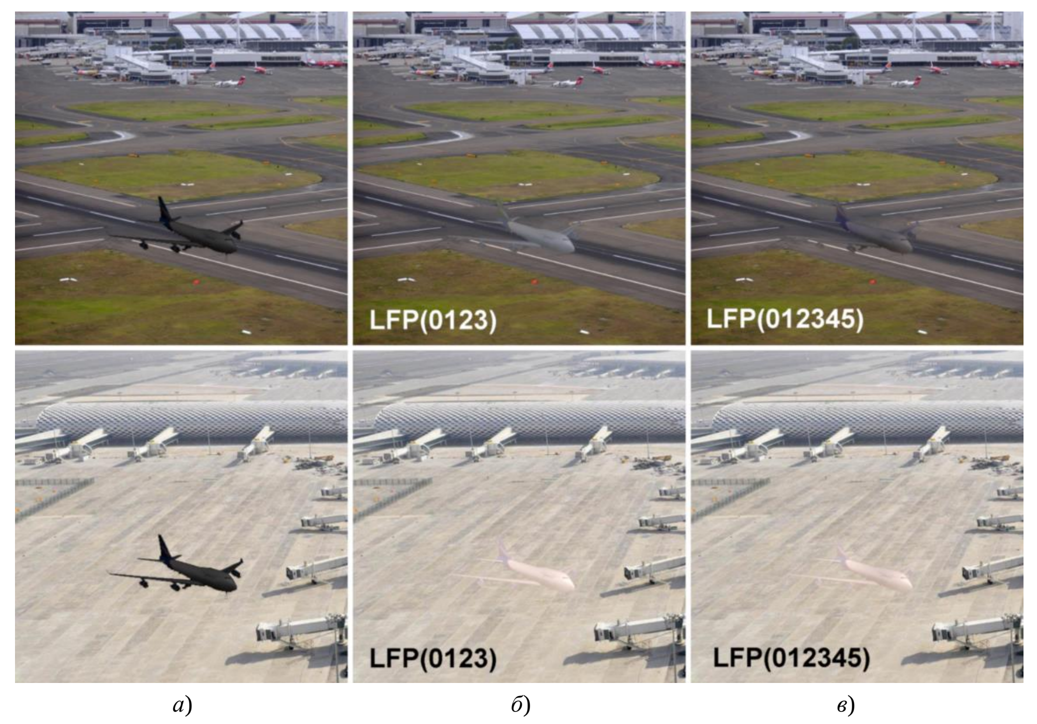
Аналогично расчету DFT для WF, выбор оптимального вида преобразования производится только один раз в начале спектральной трансплантации, если только WF не меняется резко.

Результаты исследования. Предложенный метод был протестирован с использованием преобразования Фурье без выбора оптимального вида преобразования. WF (реальная сцена аэропорта) и VF (виртуальная модель самолета) имели размер 512×12пикселей и 24-битные цвета. Исследовали два различных условия:

1) WF — фото аэропорта в облачную погоду, рис. 2 *а*;

2) WF — фото аэропорта в солнечную погоду, рис. 2 *б*.

В обоих случаях VF содержал 3D-модель самолета, показанную на рис. 2 *в*. Протестировали трансплантации LFP(0), LFP(01), LFP(012), LFP(0123), LFP(01234), LFP(012345). Некоторые результаты тестирования показаны на рис. 3. Наилучшие визуальные результаты были получены при использовании LFP(012345). На рис. 3 изображения после спектральной трансплантации намеренно показаны без других эффектов VC (тени, освещение и т.д.), чтобы продемонстрировать чистые результаты этого метода.



а) *б*) *в*)

Рис. 3. AR-сцены без трансплантации и с трансплантацией LFP разных размеров.
а — AR-сцена, состоящая из WF и VF без трансплантации LFP; *б* — АР-сцена, после трансплантации LFP(0123); *в* — AR-сцена после трансплантации LFP(012345)

Верхний и нижний ряды на рис. 3 соответствуют противоположным условиям для WF: светлые и темные WF с разными оттенками. Эксперименты с любыми другими WF не добавят существенно новой информации, поскольку будут иметь условия между теми, что уже представлены на рис. 3.

Для демонстрации механизма спектральной трансплантации было проведено численное моделирование. На рис. 4 показана Фурье-трансплантация с использованием небольшой (8×8) пиксельной матрицы, представляющей один из цветовых каналов WF и VF. Такой маленький размер матрицы позволяет наглядно проиллюстрировать процедуру трансплантации. В данном примере матрица WF может быть ассоциирована с изображением с вертикальной градиентной заливкой, а матрица VF — с изображением с горизонтальной градиентной заливкой. Другим отличием между WF и VF является диапазон значений пикселей: 8–15 для WF («более светлое изображение», 8 — постоянная составляющая) и 0–7 для VF («более темное изображение»). Показана трансплантация LFP(01'), где 1' означает часть первой пространственной частотной компоненты (используется из-за очень низкого разрешения матрицы 8×8). 3D вид матрицы ВФ после трансплантации свидетельствует о передаче свойств от WF к VF: край поверхности приподнялся, первый пиксель получил значение постоянной составляющей WF. Этот пример демонстрирует, как в результате спектральной трансплантации VF начинает приобретать вертикальный градиент и постоянную составляющую.

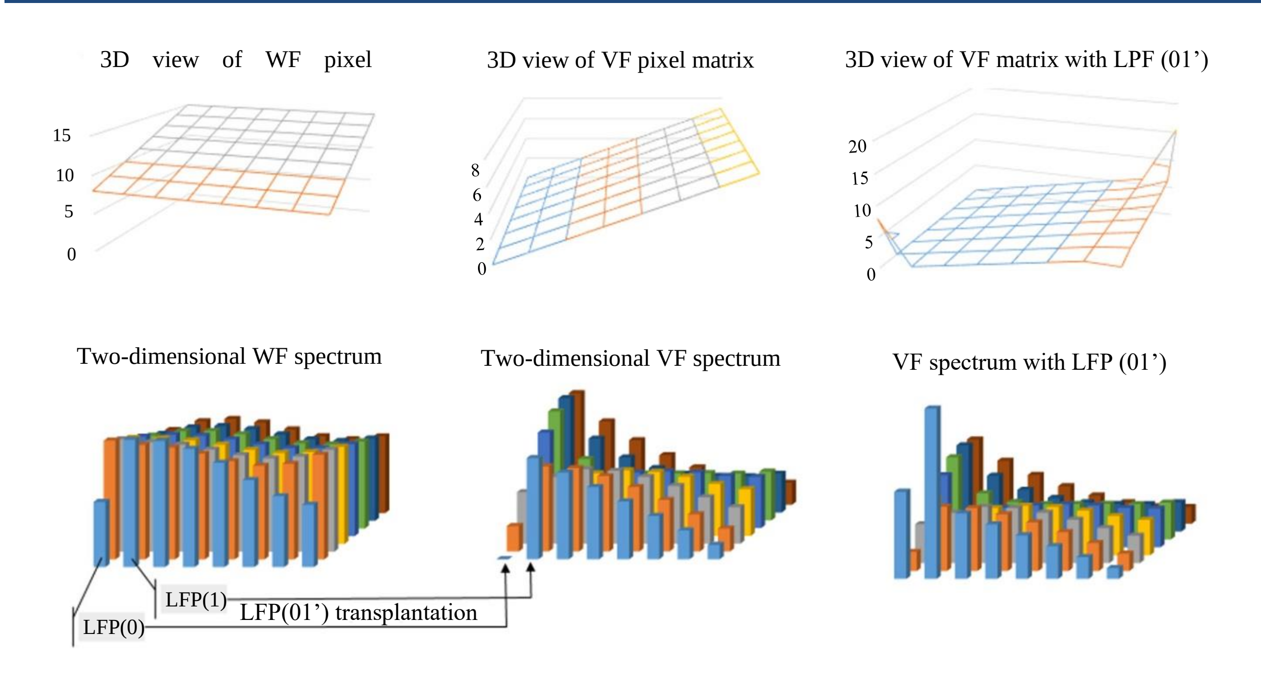


Рис. 4. Численное моделирование спектральной трансплантации для матриц 8×8 пикселей

Спектральная трансплантация предоставляет несколько вариантов изменения параметров этой процедуры: изменение размера LFP; выбор отдельных компонентов спектра для трансплантации; использование различных коэффициентов трансплантации для разных трансплантируемых компонентов.

На рис. 5 показан эффект трансплантации с различными параметрами для различных типов виртуальных объектов — виртуальных моделей самолетов, отличающихся текстурой поверхности, маркировкой и блеском. На рис. 5 *а* и *б* изображен виртуальный самолет со сложными текстурами, текстовыми обозначениями и отражениями виртуальных источников света. На рис. 5 *г*, д и *е* — виртуальный самолет с простыми контрастными цветами. Части *а* и *г* содержат виртуальные объекты без трансплантации; *б* и *д* содержат виртуальные объекты после трансплантации LFP(0123); *в* и *е* содержат виртуальные объекты после трансплантации LFP(012345). Виртуальные объекты намеренно показаны без других эффектов VC (тени, освещение и т.д.), чтобы продемонстрировать чистые результаты метода.



Рис. 5. Сцены с пасмурной WF: *а, г* — AR-сцены, состоящие из WF и VF без трансплантации LFP; *б, д* — AP-сцены, составленные после трансплантации LFP(0123); *в, е* — AR-сцены, составленные после трансплантации LFP(012345)

Важно подчеркнуть, что представленные рисунки иллюстрируют возможности настройки предложенного метода, а не конечный результат, поскольку он требует настройки на конкретный WF. Демонстрация хорошо выполненных, но неполных результатов, как это часто практикуется в работах по VC, не кажется нам корректной.

Обсуждение и заключение. Основным осложняющим фактором для описанного метода, представленного на рис. 1, являются высокие вычислительные затраты. Наиболее перспективным способом решения этой проблемы является прямое преобразование параметров LFP WF в параметры рендеринга VF. Это позволяет отказаться от громоздких процедур трех DFT- и трех RFT-расчетов на втором и четвертом шагах обработки и требует только трех расчетов WF DFT, по одному разу для каждого участка потока WF без существенного изменения базовых характеристик WF. Такой подход позволяет обрабатывать поток VF в режиме реального времени.

Другой проблемой является выбор оптимального размера LFP. По мере увеличения объема используемых пространственных частот, они начинают содержать информацию о содержимом WF, поэтому ограничение размера LFP необходимо для устранения эффекта гибридного изображения [11]. Сложность оптимального выбора обусловлена тем, что он связан как с размером LFP, так и с характером изображения. Последние достижения в области глубокого обучения позволяют предположить, что новым подходом, связанным с визуальной когерентностью посредством спектральной трансплантации, может стать использование генеративно-состязательных сетей (generative adversarial network — GAN) для передачи реалистичной информации об освещении с исходного изображения на целевое изображение тем же образом, как это делают GAN для передачи стиля изображения В частности, было бы интересно сравнить работу GAN в случае наборов данных, состоящих либо из RGB-изображений, либо из изображений, представленных в частотной области с помощью DFT. Мы считаем, что использование последнего подхода поможет выбрать оптимальный LFP. GAN уже широко используются в исследованиях VC [2], как и нейронные сети в целом [12].

В дальнейших исследованиях, связанных с темой данной работы, будут рассмотрены следующие вопросы:

– автоматическое определение оптимального размера LFP для трансплантации с заданным объемом характеристик, заимствуемых из WF;

– автоматическое определение точных моментов, когда необходимо рассчитать новую LFP WP для трансплантации при обработке видео WF в реальном времени (как указывалось выше, это необходимо делать, если базовые характеристики WF радикально меняются);

– использование того же подхода в обратном направлении (от виртуального к реальному) для применения виртуального освещения к реальным сценам (как виртуальное освещение влияет на окружающую среду).

Как полностью автоматический процесс без измерения освещения, предлагаемый метод спектральной трансплантации решает ряд сложных проблем VC. Например, как наилучшим образом выровнять характеристики цвета, яркости и контраста между реальными и виртуальными компонентами в сценах AR. Все эти задачи решаются посредством одной простой процедуры без моделирования условий освещения, геометрии AR-сцены или BRDF, что исключает неизбежные ошибки моделирования. Предложенный метод может стать ценным дополнением к другим инструментам VC.

Список литературы

1. Hughes C.L., Fidopiastis C., Stanney K.M., et al. The Psychometrics of Cybersickness in Augmented Reality. *Frontiers in Virtual Reality*. 2020;1:602954. https://doi.org/10.3389/frvir.2020.602954

2. Somanath G., Kurz D. *HDR Environment Map Estimation for Real-Time Augmented Reality*. Cupertino, CA: Apple Inc.; 2020. URL: https://arxiv.org/pdf/2011.10687.pdf (accessed: 17.06.2022).

3. Kronander J., Banterle F., Gardner A., et al. Photorealistic Rendering of Mixed Reality Scenes. *Computer Graphics Forum*. 2015;34(2):643–665. https://doi.org/10.1111/cgf.12591

4. Debevec P., Graham P., Busch J., et al. A Single-Shot Light Probe. *SIGGRAPH '12: ACM SIGGRAPH 2012 Talks*. 2012;10:1–19. URL: https://vgl.ict.usc.edu/Research/SSLP/A_Single_Shot_Light_Probe-SIGGRAPH2012.pdf (accessed: 17.06.2022).

5. Alhakamy A., Tuceryan M. *CubeMap360: Interactive Global Illumination for Augmented Reality in Dynamic Environment*. In*:* Proc. IEEE SoutheastCon. Huntsville, AL: IEEE; 2019. https://doi.org/10.1109/SoutheastCon42311.2019.9020588

6. Knorr S.B., Kurz D. *Real-Time Illumination Estimation from Faces for Coherent Rendering*. In: Proc. IEEE Int. Symposium on Mixed and Augmented Reality (ISMAR). Munich: IEEE; 2014. P. 113–122. https://doi.org/10.1109/ISMAR.2014.6948483

http://vestnik-donstu.ru

7. Seiji Tsunezaki, Ryota Nomura, Takashi Komuro, et al. *Reproducing Material Appearance of Real Objects using Mobile Augmented Reality*. In: Proc. 2018 IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality Adjunct (ISMAR-Adjunct). Munich: IEEE; 2018. P. 196–197. https://doi.org/10.1109/ISMAR-Adjunct.2018.00065

8. Reinhard E., Akyuz A.O., Colbert M., et al. *Real-Time Color Blending of Rendered and Captured Video*. In: Proc. Interservice/Industry Training, Simulation and Education Conference (I/ITSEC). Orlando, Florida: National Training and Simulation Association; 2004. P. 1–9. URL: https://user.ceng.metu.edu.tr/~akyuz/files/blend.pdf (accessed: 17.06.2022).

9. Xuezhong Xiao, Lizhuang Ma. Gradient-Preserving Color Transfer. *Computer Graphics Forum*. 2009;28(7):1879–1886. https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2009.01566.x

10. Горбунов А.Л. и др. *Способ формирования изображения дополненной реальности, обеспечивающий совпадение визуальных характеристик реальных и виртуальных объектов*. Патент РФ, № 2667602, 2019.

11. Oliva A., Torralba A.J., Schyns Ph.G. Hybrid Images. *ACM Transactions on Graphics*. 2006;25(3):527–532. https://doi.org/10.1145/1179352.1141919

12. Kán P., Kafumann H. DeepLight: Light Source Estimation for Augmented Reality Using Deep Learning. *The Visual Computer*. 2019;35:873–883. https://doi.org/10.1007/s00371-019-01666-x

References

1. Hughes CL, Fidopiastis C, Stanney KM, et al. The Psychometrics of Cybersickness in Augmented Reality. *Frontiers in Virtual Reality*. 2020;1:602954. https://doi.org/10.3389/frvir.2020.602954

2. Somanath G, Kurz D. *HDR Environment Map Estimation for Real-Time Augmented Reality*. Cupertino, CA: Apple Inc.; 2020. URL: https://arxiv.org/pdf/2011.10687.pdf (accessed: 17.06.2022).

3. Kronander J, Banterle F, Gardner A, et al. Photorealistic Rendering of Mixed Reality Scenes. *Computer Graphics Forum*. 2015;34(2):643–665. https://doi.org/10.1111/cgf.12591 (accessed: 17.06.2022).

4. Debevec P, Graham P, Busch J, et al. A Single-Shot Light Probe. *SIGGRAPH '12: ACM SIGGRAPH 2012 Talks*. 2012;10:1–19. URL: https://vgl.ict.usc.edu/Research/SSLP/A_Single_Shot_Light_Probe-SIGGRAPH2012.pdf (accessed: 17.06.2022).

5. Alhakamy A, Tuceryan M. *CubeMap360: Interactive Global Illumination for Augmented Reality in Dynamic Environment*. In: Proc. IEEE SoutheastCon. Huntsville, AL: IEEE; 2019. https://doi.org/10.1109/SoutheastCon42311.2019.9020588

6. Knorr SB, Kurz D. *Real-Time Illumination Estimation from Faces for Coherent Rendering*. In: Proc. IEEE Int. Symposium on Mixed and Augmented Reality (ISMAR). Munich: IEEE; 2014. P. 113–122. https://doi.org/10.1109/ISMAR.2014.6948483

7. Seiji Tsunezaki, Ryota Nomura, Takashi Komuro, et al. *Reproducing Material Appearance of Real Objects using Mobile Augmented Reality*. In: Proc. 2018 IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality Adjunct (ISMAR-Adjunct). Munich: IEEE; 2018. P. 196–197. https://doi.org/10.1109/ISMAR-Adjunct.2018.00065

8. Reinhard E, Akyuz AO, Colbert M, et al. *Real-Time Color Blending of Rendered and Captured Video*. In: Proc. Interservice/Industry Training, Simulation and Education Conference (I/ITSEC). Orlando, Florida: National Training and Simulation Association; 2004. P. 1–9. URL: https://user.ceng.metu.edu.tr/~akyuz/files/blend.pdf (accessed: 17.06.2022).

9. Xuezhong Xiao, Lizhuang Ma. Gradient-Preserving Color Transfer. *Computer Graphics Forum*. 2009;28(7):1879–1886. https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2009.01566.x

10. Gorbunov AL, et al. *Sposob formirovaniya izobrazheniya dopolnennoi real'nosti, obespechivayushchii sovpadenie vizual'nykh kharakteristik real'nykh i virtual'nykh ob"ektov*. RF Patent No. 2667602. 2019. (In Russ.)

11. Oliva A, Torralba AJ, Schyns PhG. Hybrid Images. *ACM Transactions on Graphics*. 2006;25(3):527–532. https://doi.org/10.1145/1179352.1141919

12. Kán P, Kafumann H. DeepLight: Light Source Estimation for Augmented Reality Using Deep Learning. *The Visual Computer*. 2019;35:873–883. https://doi.org/10.1007/s00371-019-01666-x

Поступила в редакцию 10.04.2023
Поступила после рецензирования 18.04.2023
Принята к публикации 08.04.2023

Об авторе:

Андрей Леонидович Горбунов, кандидат технических наук, доцент кафедры управления воздушным движением Московского государственного технического университета гражданской авиации (125993, РФ, г. Москва, Кронштадтский бул., 20), гендиректор ООО «Авиареал» (115372, РФ, г. Москва, ул. Загорьевская, 5), ORCID, ResearcherID, ScopusID, AuthorID, a-gorbunov@mail.ru

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

Received 10.04.2023
Revised 18.04.2023
Accepted 08.04.2023

About the Author:

Andrey L. Gorbunov, Cand.Sci. (Eng.), associate professor, Air Traffic Control Department, Moscow State Technical University of Civil Aviation (20, Kronshtadtskii blvd, Moscow, 125993, RF), Director-General, “Aviareal” LLC (5, Zagoryevskaya St., Moscow, 115372, RF), ORCID, ResearcherID, ScopusID, AuthorID, a-gorbunov@mail.ru

Conflict of interest statement: the author does not have any conflict of interest.

The author has read and approved the final manuscript.

http://vestnik-donstu.ru

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT



Check for updates

УДК 004.021:514.18
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-191-202

Научная статья



Методы применения матриц при создании моделей группового преследования

А.А. Дубанов
Институт математики и информатики Бурятского государственного университета им. Доржи Банзарова, г. Улан-Удэ, Российская Федерация
✉ alandubanov@mail.ru

Аннотация
Введение. Очевидно, что в ближайшее время сохранят актуальность вопросы оснащения движущихся робототехнических комплексов элементами автономного управления. Это требует развития моделей группового преследования. Отметим, что оптимизация в задачах преследования сводится к построению оптимальных траекторий (кратчайшие траектории, траектории с дифференциальными ограничениями, показатели расхода топлива). При этом не рассматриваются аспекты автоматизированного распределения по целям при групповом преследовании. Для восполнения этого пробела выполнена представленная научная работа. Ее результатом должно стать построение модели автоматизированного распределения преследователей по целям в групповом преследовании.
Материалы и методы. Для изучения группового преследования множества целей сформирована матрица. Управляющие параметры движения преследователей модифицированы по минимальной кривизне траектории. Детально рассмотрены методы погони и сближения. Показаны возможности модификации метода параллельного сближения. Матричное моделирование задействовали для построения схемы группового преследования множества целей. Перечисленные процессы проиллюстрированы функциями в заданных системах координат и анимацией. Как база функций построены блок-схемы фазовых координат преследователя на следующем шаге, времени и расстояния достижения преследователем цели. В ряде случаев расположение целей и преследователей определено как точки на окружности Аполлония. Матрица сформирована по выборкам, соответствующим распределению преследователей по целям.
Результаты исследования. Рассмотрены девять вариантов погони, параллельного, пропорционального и трехточечного сближения на плоскости и в пространстве. Рассчитано максимальное значение времен достижений целей. Отмечены случаи, когда вектор скорости преследователя направлен произвольно и в точку на окружности Аполлония. Отмечено, что трехточечный метод сближения удобен, если цель движется по баллистической траектории. Для модификации метода параллельного сближения на плоскости строится сеть параллельных линий. При этом учтены длина дуги линии (которая может быть произвольной формы) и массив опорных точек траектории цели. С данными элементами составлено и решено уравнение. На массиве выборок с соответственными значениями времен найдено минимальное время, то есть определено оптимальное время одновременного группового достижения множества целей. Для унифицированного обращения к библиотеке выражен управляющий вектор через однопараметрическое семейство параллельных плоскостей. Сформирована библиотека расчетов управляющих векторов. Показан пример применения матричного моделирования к групповому преследованию. Представлена схема группового преследования множества целей. Для двух целей и трех преследователей рассмотрены шесть выборок, соответствующих распределению преследователей по целям. Данные представлены в виде матрицы. По итогам научных изысканий создана и зарегистрирована программа для ЭВМ «Модель параллельного сближения на плоскости группы преследователей с одновременным достижением цели».
Обсуждение и заключение. Исследованы методы использования матриц при моделировании группового преследования. Показана возможность модификации метода параллельного сближения. Матричное

© Дубанов А.А. 2023

моделирование группового преследования позволяет выстроить его схему для множества целей. Матрица распределения преследователей по целям будет генерироваться в каждый момент времени. Методы формирования матриц распределения преследователей и целей представляют интерес при проектировании систем виртуальной реальности, для задач с моделированием процесса группового преследования, убегания, уклонения. Метод динамического программирования при формировании матрицы распределения преследователей по целям открывает возможность автоматизации распределения с оптимизацией по заданным параметрам.

Ключевые слова: алгоритм группового преследования, оптимизация в задачах преследования, автоматизированное распределение по целям, матрица достижения преследователями целей, автоматизированное принятие решений, автономное управление, параллельное сближение, пропорциональное сближение, трехточечный метод сближения, библиотека расчетов управляющих векторов

Благодарности: автор выражает признательность директору Института математики и информатики Бурятского государственного университета им. Д. Банзарова Антоновой Ларисе Васильевне за помощь, оказанную в работе над статьей.

Для цитирования. Дубанов А.А. Методы применения матриц при создании моделей группового преследования. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2):191–202. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-191-202

Original article

Methods for Applying Matrices when Creating Models of Group Pursuit

Alexander A. Dubanov

Institute of Mathematics and Computer Science, BSU, Ulan-Ude, Republic of Buryatia, Russian Federation

✉ alandubanov@mail.ru

Abstract

Introduction. It is obvious that in the near future, the issues of equipping moving robotic systems with autonomous control elements will remain relevant. This requires the development of models of group pursuit. Note that optimization in pursuit tasks is reduced to the construction of optimal trajectories (shortest trajectories, trajectories with differential constraints, fuel consumption indicators). At the same time, the aspects of automated distribution by goals in group pursuit were not considered. To fill this gap, the presented piece of research has been carried out. Its result should be the construction of a model of automated distribution of pursuers by goals in group pursuit.

Materials and Methods. A matrix was formed to study the multiple goal group pursuit. The control parameters for the movement of the pursuers were modified according to the minimum curvature of the trajectory. The methods of pursuit and approach were considered in detail. The possibilities of modifying the method of parallel approach were shown. Matrix simulation was used to build a scheme of multiple goal group pursuit. The listed processes were illustrated by functions in the given coordinate systems and animation. Block diagrams of the phase coordinates of the pursuer at the next step, the time and distance of the pursuer reaching the goal were constructed as a base of functions. In some cases, the location of targets and pursuers was defined as points on the circle of Apollonius. The matrix was formed by samples corresponding to the distribution of pursuers by goals.

Results. Nine variants of the pursuit, parallel, proportional and three-point approach on the plane and in space were considered. The maximum value of the goal achievement time was calculated. There were cases when the speed vector of the pursuer was directed arbitrarily and to a point on the Apollonius circle. It was noted that the three-point approach method was convenient if the target was moving along a ballistic trajectory. To modify the method of parallel approach, a network of parallel lines was built on the plane. Here, the length of the arc of the line (which can be of any shape) and the array of reference points of the target trajectory were taken into account. An equation was compiled and solved with these elements. On an array of samples with corresponding time values, the minimum time was found, i.e., the optimal time for simultaneous group achievement of multiple goals was determined. For unified access to the library, the control vector was expressed through a one-parameter family of parallel planes. A library of calculations of control vectors was formed. An example of applying matrix simulation to group pursuit was shown. A scheme of group pursuit of multiple goals was presented. For two goals and three pursuers, six samples corresponding to the distribution of pursuers by goals were considered. The data was presented in the form of a matrix. Based on the research results, the computer program was created and registered – “Parallel Approach on Plane of Group of Pursuers with Simultaneous Achievement of the Goal”.

Discussions and Conclusion. The methods of using matrices in modeling group pursuit were investigated. The possibility of modifying the method of parallel approach was shown. Matrix simulation of group pursuit enabled to build its scheme for a set of purposes. The matrix of the distribution of pursuers by goals would be generated at each

http://vestnik-donstu.ru

moment of time. Methods of forming matrices of the distribution of pursuers and targets are of interest in the design of virtual reality systems, for tasks with simulating the process of group pursuit, escape, evasion. The dynamic programming method opens up the possibility of automating the distribution with optimization according to the specified parameters under the formation of the matrix of the distribution of pursuers by goals.

Keywords: algorithm of group pursuit, optimization in pursuit tasks, automated distribution by goals, matrix of achievement of goals by pursuers, automated decision-making, autonomous control, parallel approach, proportional approach, three-point approach method, control vector calculation library

Acknowledgements: the author would like to thank Larisa V Antonova, Director of the Institute of Mathematics and Computer Science, Banzarov Buryat State University, for her help provided in the work on the article.

For citation: Dubanov AA. Methods for Applying Matrices when Creating Models of Group Pursuit. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(2):191–202. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-191-202

Введение. Алгоритмы преследования изучаются с точки зрения их классической и оптимальной реализации. Исследуется их роль в дифференциальных играх преследования. Прикладная сфера готовых решений весьма широка, т. к. результаты таких научных изысканий применимы в различных информационных технологиях и системах, в частности в поисковых. Безусловно также, что продолжительное время будут актуальны вопросы оснащения движущихся робототехнических комплексов элементами автономного управления, что также требует качественной реализации рассматриваемых алгоритмов.

В работах [1–4] исследовалось согласованное поведение группы преследователей и целей. Для общих теоретических и практических вопросов в задачах преследования рассматривались работы [5–9]. Наведение преследователя на цель анализировалось в свете информации, представленной в [10–13].

При всем теоретическом и практическом интересе к данной теме оптимизация в задачах преследования ограничивается построением оптимальных траекторий. Предлагаются, например, кратчайшие траектории, траектории с дифференциальными ограничениями, показатели расхода топлива. Но не рассматриваются аспекты автоматизированного распределения по целям при групповом преследовании. Для восполнения этого пробела проводилась данная научная работа. Ее главным результатом представляется построение модели автоматизированного распределения преследователей по целям в групповом преследовании. Показано формирование матрицы достижения преследователями целей. При назначении преследователям целей выполняется перебор всех возможных комбинаций достижения целей и выбирается комбинация минимального значения критерия из формируемого множества с максимальным значением.

Оптимизация группового преследования множества целей является перспективным направлением развития такой дисциплины, как оптимальное управление движением в задачах, связанных с автоматизированным принятием решений и автономным управлением.

Материалы и методы. В модели описанного в статье группового преследования цели движутся по предопределенным траекториям. Однако эта предопределенность не имеет принципиального значения. Преследователи распределяются по целям автоматически, на основе минимаксного решения целевой функции. Затем модифицируются управляющие параметры движения преследователей. В данной работе это параметр минимальной кривизны траектории. Такой подход позволяет обеспечить одновременное достижения целей.

Рассмотрим групповое преследование множества целей: *N* преследователей догоняют *M* целей. Сформируем матрицу распределения преследователей по целям:

$$\Psi_{ij},\ где\, i=1..N, j=1..M.$$

Каждая ячейка Ψ_{ij} содержит информацию о фазовых координатах *i*-го преследователя и *j*-й цели. В матрице Ψ_{ij} содержится информация о том, каким методом *i*-й преследователь преследует *j*-ю цель.

Данные, хранящиеся в ячейках матрицы, определяют обращение к библиотеке расчетов управляющих векторов преследователя.

В каждой ячейке матрицы Ψ_{ij} может рассчитываться прогнозируемое время достижения *i*-м преследователем *j*-й цели: t_{ij}.

Результаты работы

В каждой полученной выборке $A_k=\left\{\Psi_{i_{1k}j_{1k}}\ldots\Psi_{i_{nk}j_{nk}}\right\}$ следует найти максимальное значение времен достижений $t_k=Max\left\{t_{ij}\right\}$, например из $\left\{t_{21},t_{23},t_{32},t_{41}\right\}$ (таблица 1).

Таблица 1

Выборки, соответствующие распределению преследователей по целям

		Цели											
Преследователи		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
	1	×		×		×			×		×		×
	2		×	×			×	×		×			×
	3		×		×	×		×			×	×	
Выборки		A_1		A_2		A_3		A_4		A_5		A_6	

Необходимо сформировать матрицы Ψ_{ij}, где i= 1…3, j=1…2 в соответствии с возможными выборками A_k,k = 1…6. Затем, после обращения находится максимальное значение t_k=Max{t_{ij}}. Расчет позволил установить, что наибольшее время достижения демонстрирует преследователь P_1, настигающий цель T_1 из выборки A_2.

Итак, рассмотрим выборку A_k. Можно увеличить до значения параметра t_k все значения t_{ij}, зависящие от векторов скоростей преследователей и целей, а также их допустимых угловых скоростей. Этим определяется максимальное значение t_k.

Получив массив выборок {A_k} с соответственными значениями времен {t_{ij}}, следует найти минимальное время t_{min}=Min{t_k}. Так определяется оптимальное время одновременного группового достижения множества целей.

Алгоритмы расчета следующего шага преследователя и оценки времени достижения преследователем цели. На рис. 1 представлен алгоритм функции расчета следующего шага и вектора скорости движения преследователя.

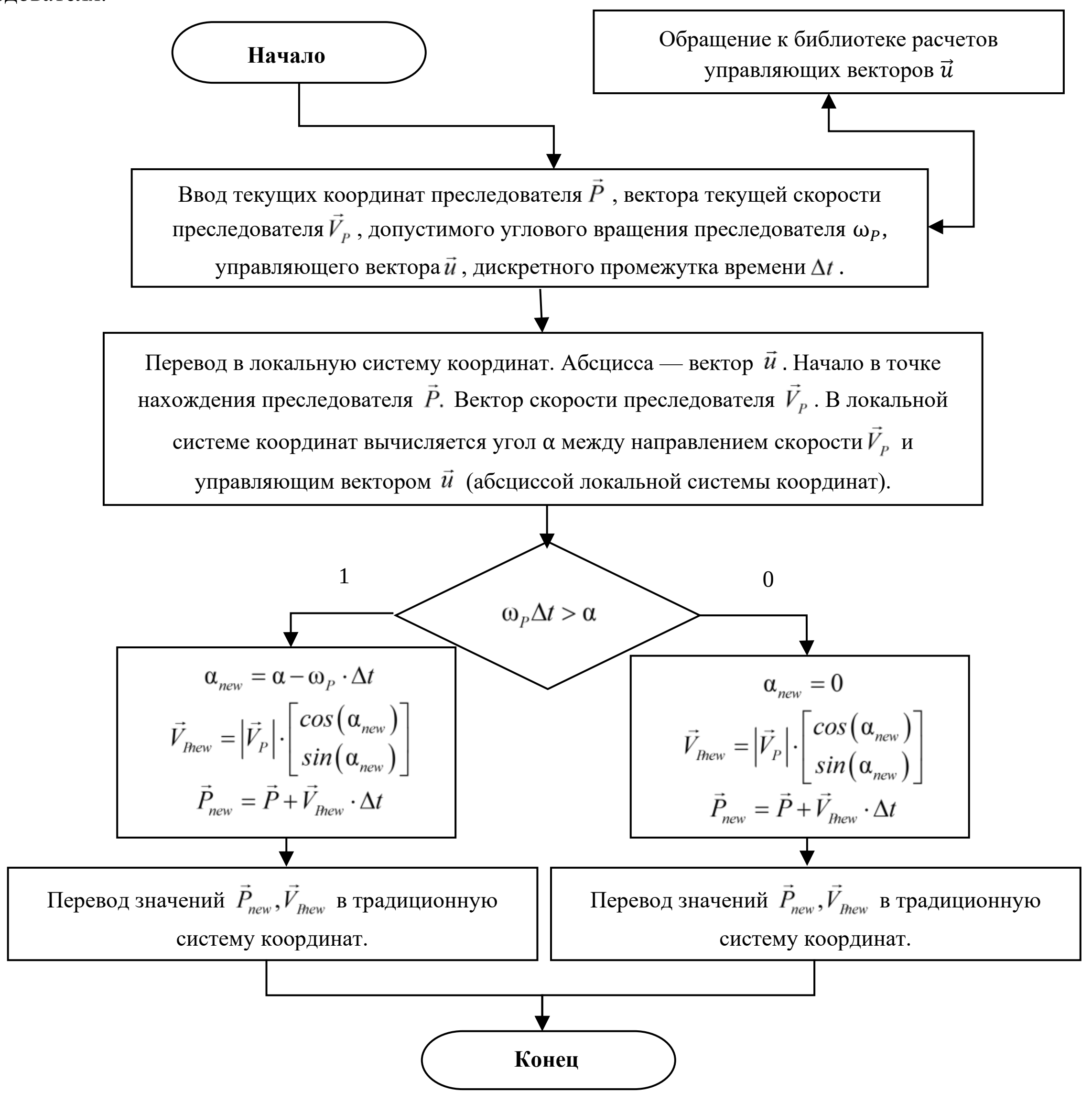


Рис. 1. Блок-схема расчета фазовых координат преследователя на следующем шаге

http://vestnik-donstu.ru

На рис. 2 представлен алгоритм расчета времени и расстояния достижения преследователем цели. Переменная ε — это пороговое значение расстояния от преследователя до цели, при достижении которого цель считается достигнутой.

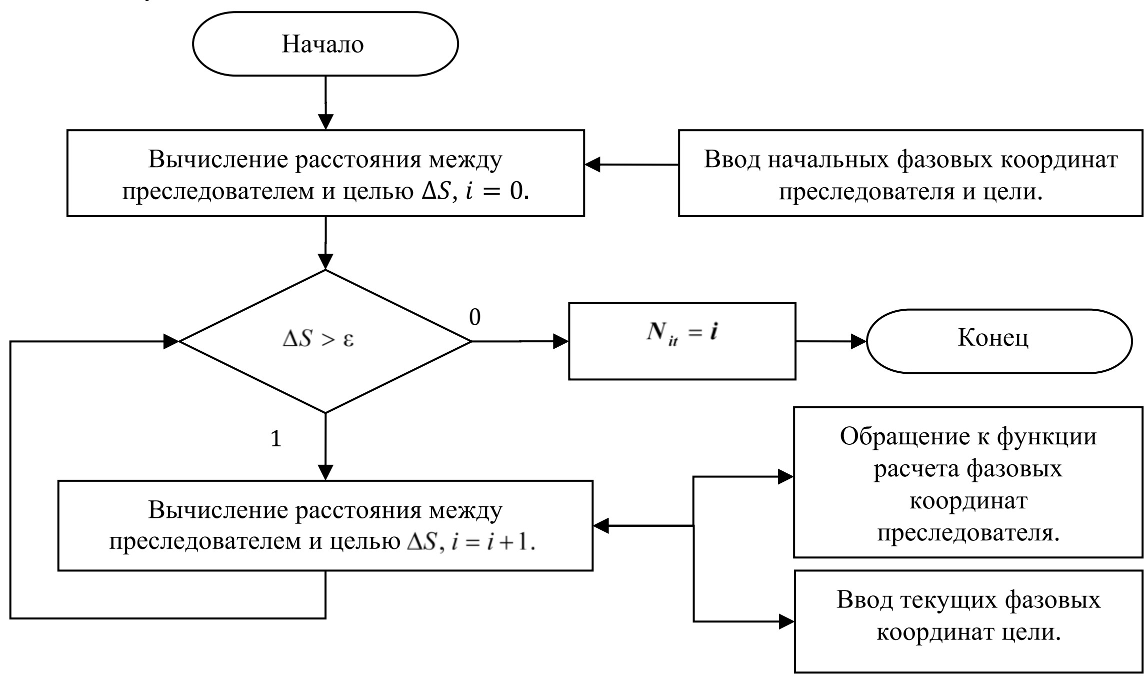


Рис. 2. Блок-схема функции расчета времени и расстояния достижения преследователем цели

Если цель движется по предопределенной траектории, то алгоритм, представленный на рис. 2, может дать оценку времени t_{ij} достижения i-м преследователем j-й цели. В этом случае выходным параметром функции может служить количество итераций процесса преследования N_{it}. Количество итераций N_{it} — выходной параметр функции расчета времени и расстояния достижения преследователем цели.

Если цель предпринимает ответные шаги, чтобы избежать достижения, следует оценивать время иначе. Нужно строить прогнозируемые траектории как составные из сегментов прямых, дуг окружностей, квадратных и кубических парабол и других известных линий. Это позволит не решать краевые задачи в расчетном цикле.

Формирование библиотеки расчетов управляющих векторов. Матрица распределения Ψ_{ij}, где i= 1…N, j=1…M преследователей по целям будет строиться на каждом дискретном промежутке времени. В каждой ячейке матрицы Ψ_{ij} будет храниться информация о методе преследования. На ней основывается обращение к библиотеке функций расчета управляющих векторов $\vec{u}$ (рис. 3–11).

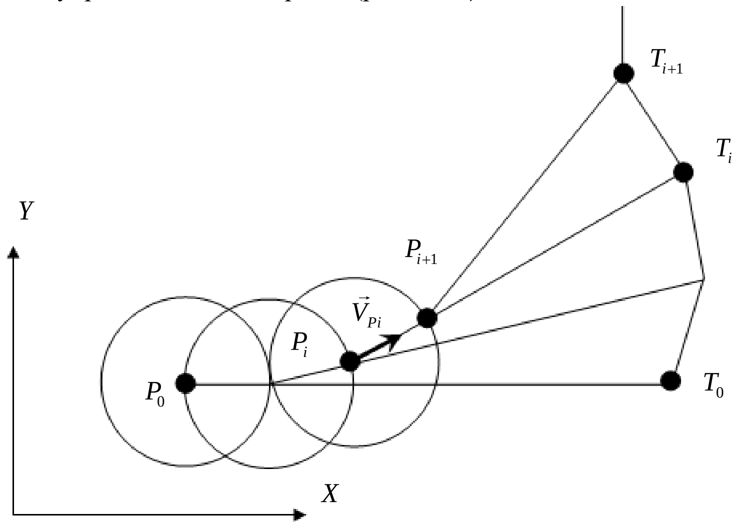


Рис. 3. Метод погони на плоскости и в пространстве: $\vec{u}_i = \dfrac{\vec{T}_i - \vec{P}_i}{\left|\vec{T}_i - \vec{P}_i\right|}$. Здесь $\vec{T}_i$ — точка положения цели, $\vec{P}_i$ — точка положения преследователя [14]

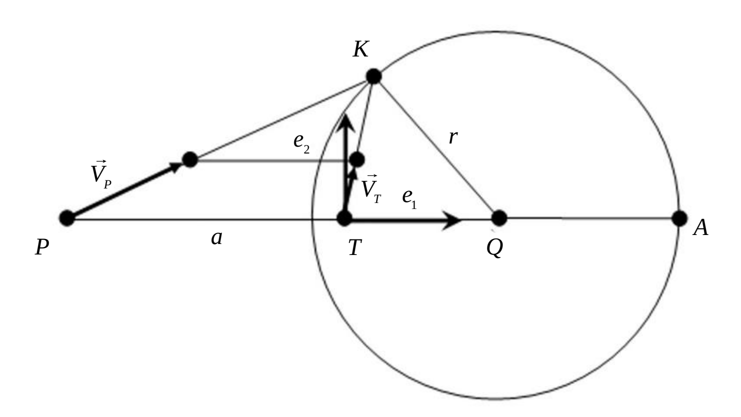


Рис. 4. Метод параллельного сближения на плоскости: $\vec{u} = \dfrac{K-P}{|K-P|}$. T — точка положения цели, P — точка положения преследователя, K — точка на окружности Аполлония.
Она однозначно определена точками P, T и вектором скорости цели $\vec{V}_T$ [15]

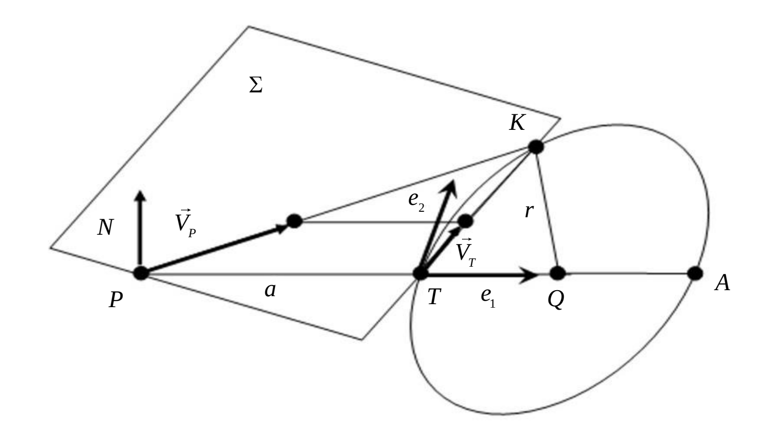


Рис. 5. Метод параллельного сближения в пространстве: $\vec{u} = \dfrac{K-P}{|K-P|}$, T — точка положения цели, P — точка положения преследователя, K — точка на окружности Аполлония. Окружность Аполлония лежит в плоскости Σ, образованной точками P, T и вектором скорости цели $\vec{V}_T$[16]. Показан случай, когда вектор скорости преследователя направлен произвольно. По истечении некоторого времени вектор скорости преследователя направлен в точку на окружности Аполлония

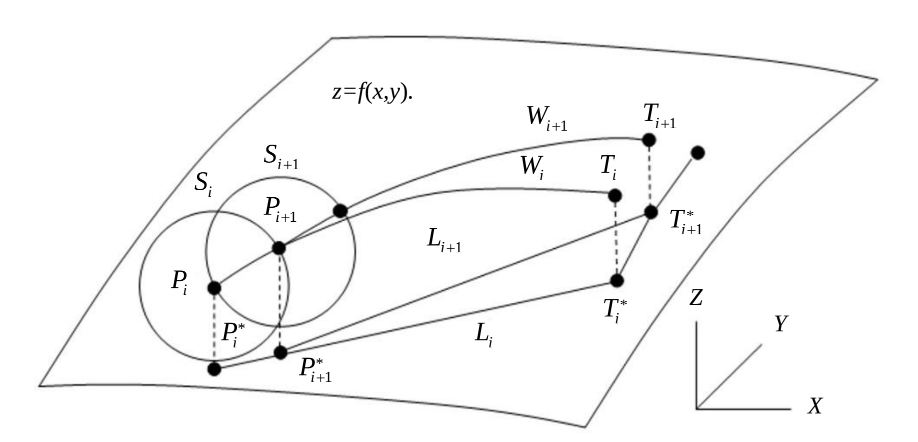


Рис. 6. Метод погони на поверхности: $\vec{u}_i = \dfrac{P_{i+1}-P_i}{|P_{i+1}-P_i|}$, где P_{i+1} — результат пересечения поверхности $z=f(x,y)$, плоскости $P_iP_i^*T_i$ и сферы S_i с центром в точке P_i. Радиус $|\vec{V}_T|\cdot\Delta t$. Точка P_i^* — ортогональная проекция точки P_i на плоскость XY.
Для унифицированного обращения к библиотеке необходимо выразить управляющий вектор [17]

http://vestnik-donstu.ru

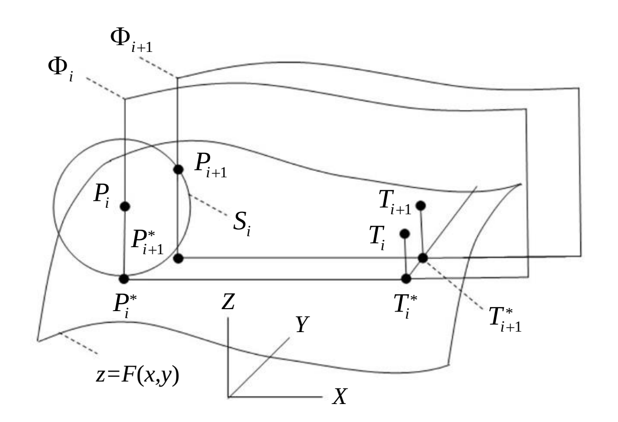


Рис. 7. Метод параллельного сближения на поверхности: $\vec{u}_i = \dfrac{P_{i+1}-P_i}{|P_{i+1}-P_i|}$. Здесь P_{i+1} — результат пересечения поверхности $z=f(x,y)$, плоскости $P_{i+1}P^*_{i+1}T_{i+1}$ и сферы S_i с центром в точке P_i. Радиус $\left|\vec{V}_T\right|\cdot\Delta t$.
Точка P^*_{i+1} — ортогональная проекция точки P_{i+1} на плоскость XY. Для унифицированного обращения к библиотеке необходимо выразить управляющий вектор. Φ_i — однопараметрическое семейство параллельных плоскостей [18]

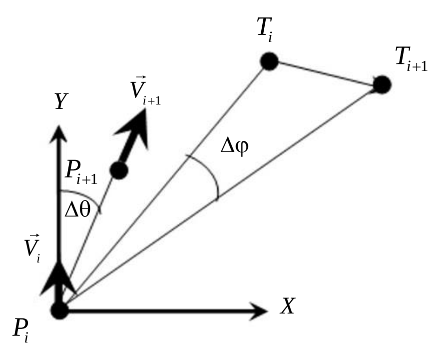


Рис. 8. Метод пропорционального сближения: $\dfrac{d\theta}{dt} = k\cdot\dfrac{d\varphi}{dt}$, $\Delta\varphi = arccos\left(\dfrac{|T_i|^2+|T_{i+1}|^2-|T_i-T_{i+1}|^2}{2\cdot|T_i|\cdot|T_{i+1}|}\right)$,

$$\Delta\theta = k\cdot arccos\left(\frac{|T_i|^2+|T_{i+1}|^2-|T_i-T_{i+1}|^2}{2\cdot|T_i|\cdot|T_{i+1}|}\right),\quad P_{i+1} = \begin{bmatrix} V_p\cdot\Delta t\cdot cos\left(k\cdot arccos\left(\dfrac{|T_i|^2+|T_{i+1}|^2-|T_i-T_{i+1}|^2}{2\cdot|T_i|\cdot|T_{i+1}|}\right)\right) \\ V_p\cdot\Delta t\cdot sin\left(k\cdot arccos\left(\dfrac{|T_i|^2+|T_{i+1}|^2-|T_i-T_{i+1}|^2}{2\cdot|T_i|\cdot|T_{i+1}|}\right)\right)\end{bmatrix},$$

$$\vec{u}_i = \frac{P_{i+1}-P_i}{|P_{i+1}-P_i|}$$

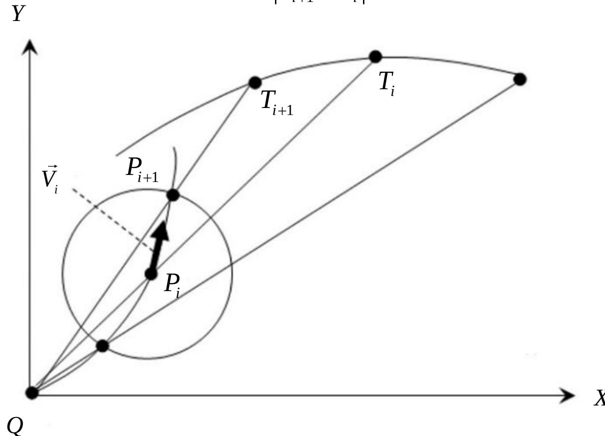


Рис. 9. Трехточечный метод сближения: $\begin{matrix}(P_{i+1}-P_i)^2 = (\vec{V}_i\cdot\Delta t)^2 \\ P_{i+1} = (1-\tau)\cdot Q+\tau\cdot T_{i+1}\end{matrix}$, $\vec{u}_i = \dfrac{P_{i+1}-P_i}{|P_{i+1}-P_i|}$.

Метод удобен, если цель движется по баллистической траектории

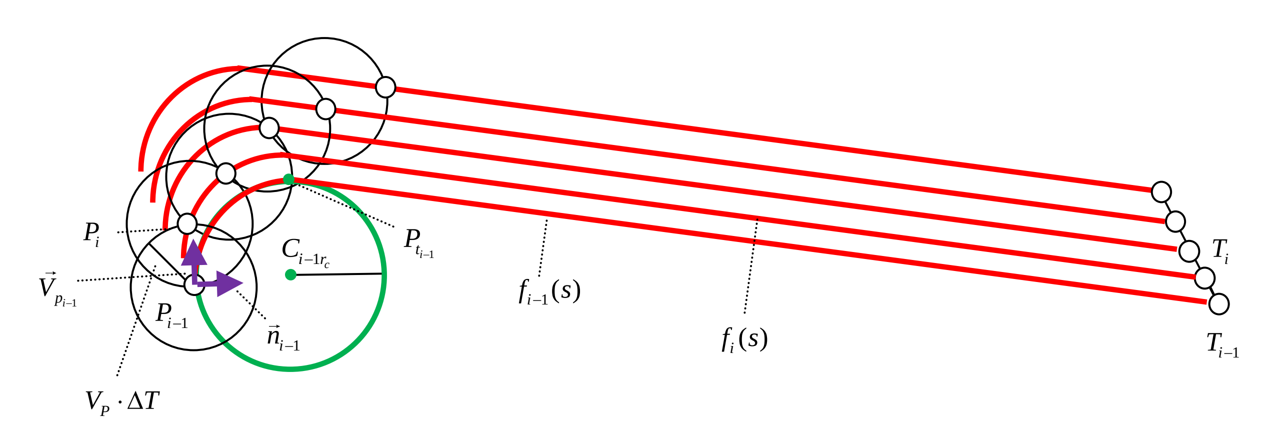


Рис. 10. Модификация метода параллельного сближения на плоскости. Строится сеть параллельных линий $f_{i+1}(s) = f_i(s) + T_{i+1} - T_i$, где s — длина дуги линии, T_i — массив опорных точек траектории цели. Решение уравнения $\left(f_{i+1}(s) - P_i\right)^2 = \left(V_P \cdot \Delta t\right)^2$ относительно параметра s позволит найти значение s^*, которое будет соответствовать $P_{i+1} = f_{i+1}\left(s^*\right)$. $\vec{u}_i = \dfrac{P_{i+1} - P_i}{\left|P_{i+1} - P_i\right|}$ В семействе f_i(s) могут быть линии произвольной конфигурации[19]

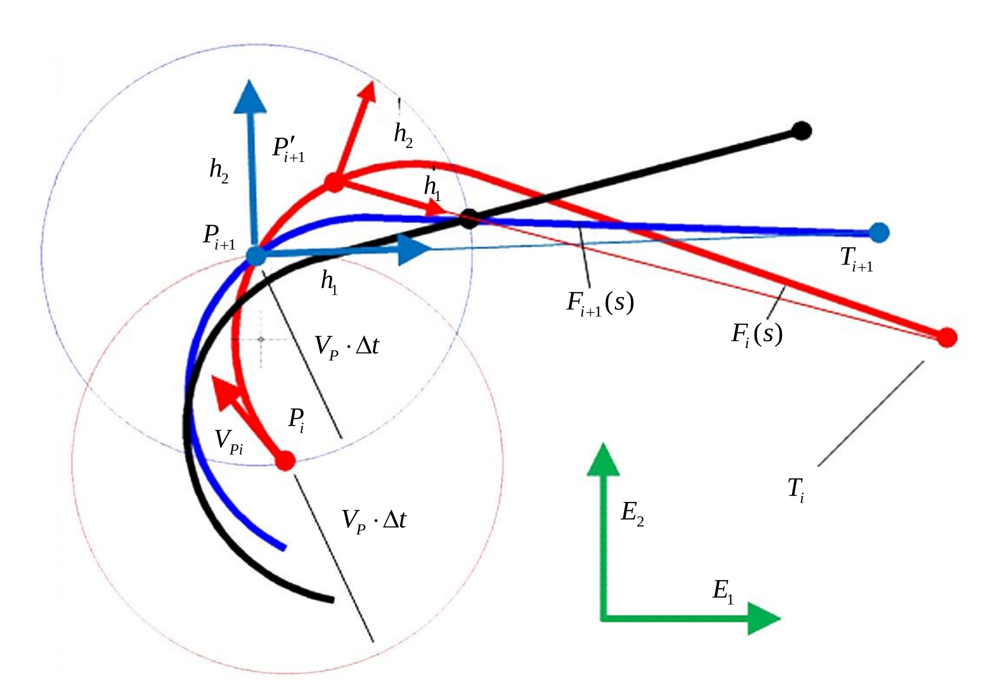


Рис. 11. Модификация метода погоней на плоскости. Строится сеть f_i(s), где s — длина дуги линии, T_i — массив опорных точек траектории цели. Выполняется условие, что конец линии f_i(s) проходит через точку T_i, а точка P_i инцидентна линии f_i(s), то есть используется в качестве лекала. Решение уравнения $\left(f_{i+1}(s) - P_i\right)^2 = \left(V_P \cdot \Delta t\right)^2$ относительно параметра s позволит найти значение s^*, которое будет соответствовать $P_{i+1} = f_{i+1}\left(s^*\right)$. $\vec{u}_i = \dfrac{P_{i+1} - P_i}{\left|P_{i+1} - P_i\right|}$.

В семействе f_i(s) могут быть линии произвольной конфигурации [20]

Итак, библиотека расчетов управляющих векторов содержит методы погони на плоскости, в пространстве и на поверхности. Методы параллельного сближения рассчитываются на плоскости, в пространстве и на поверхности. Методы пропорционального сближения рассчитываются на плоскости и в пространстве. Трехточечные методы рассчитываются на плоскости и в пространстве. Модифицированные методы погони рассчитываются на плоскости и в пространстве, когда для управления преследователем задействуют допустимую кривизну траекторий. Модифицированные методы параллельного сближения рассчитываются на плоскости и в пространстве.

Модификация методов параллельного сближения и погони позволяет строить сеть прогнозируемых траекторий, которые допускают различные краевые условия. Это иллюстрируют рис. 3–11. Но на них

представлены далеко не все методы расчета управляющих векторов. Подразумевается, что это открытая, пополняемая библиотека функций.

Пример применения матричного моделирования к групповому преследованию. Рассмотрим пример группового преследования (рис. 12).

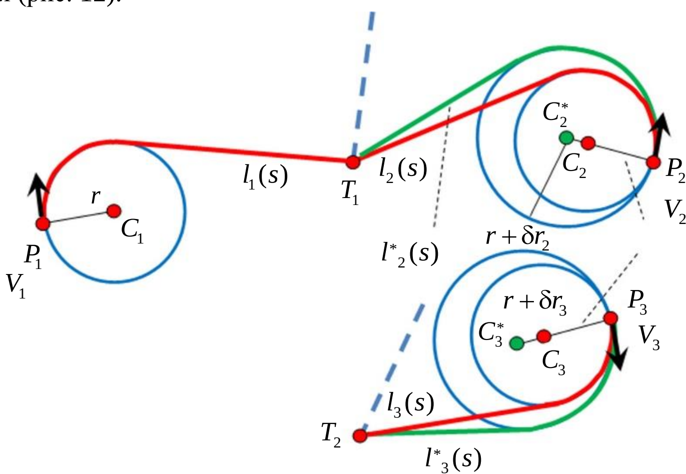


Рис. 12. Схема группового преследования множества целей

Здесь все преследователи достигают цели по модифицированному методу параллельного сближения, что соответствует рис. 10. В модели преследования на. рис. 10 кривизна траектории не должна быть больше определенного значения. Поэтому у преследователей P_2 и P_3 увеличивается первоначальный радиус кривизны траектории, что показано на рис. 12.

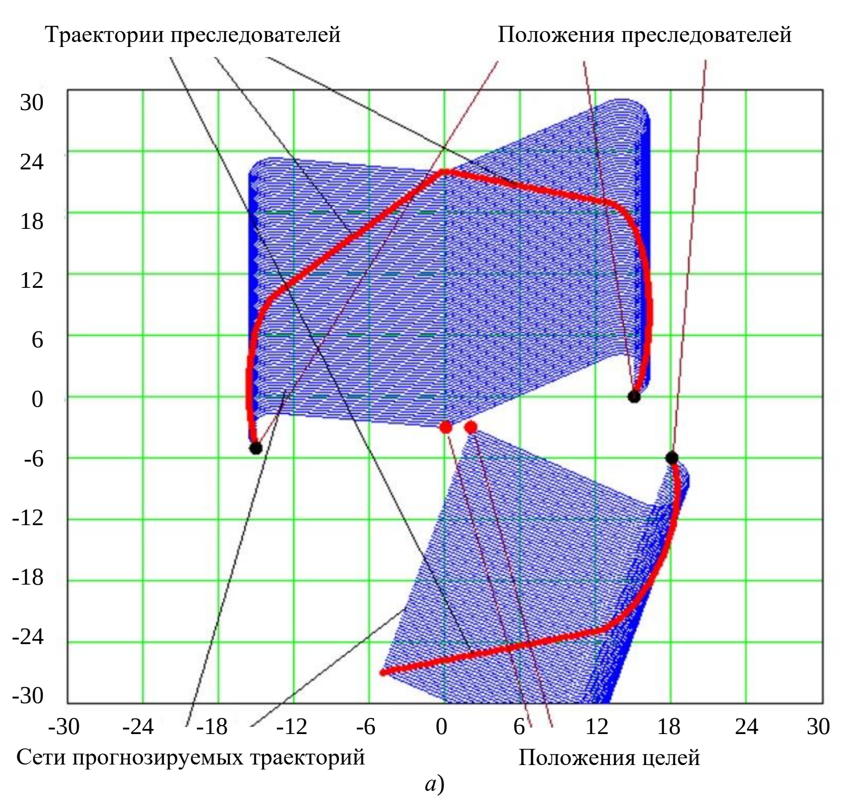
Сформирована выборка A_k, в которой преследователь P_i догоняет T_j. Далее происходит первичная оценка времени достижения t_{ij}. Для оценки времени t_{ij} вычисляются:

– длина прямолинейного участка до цели,

– длина дуги сопрягаемой окружности допустимого радиуса.

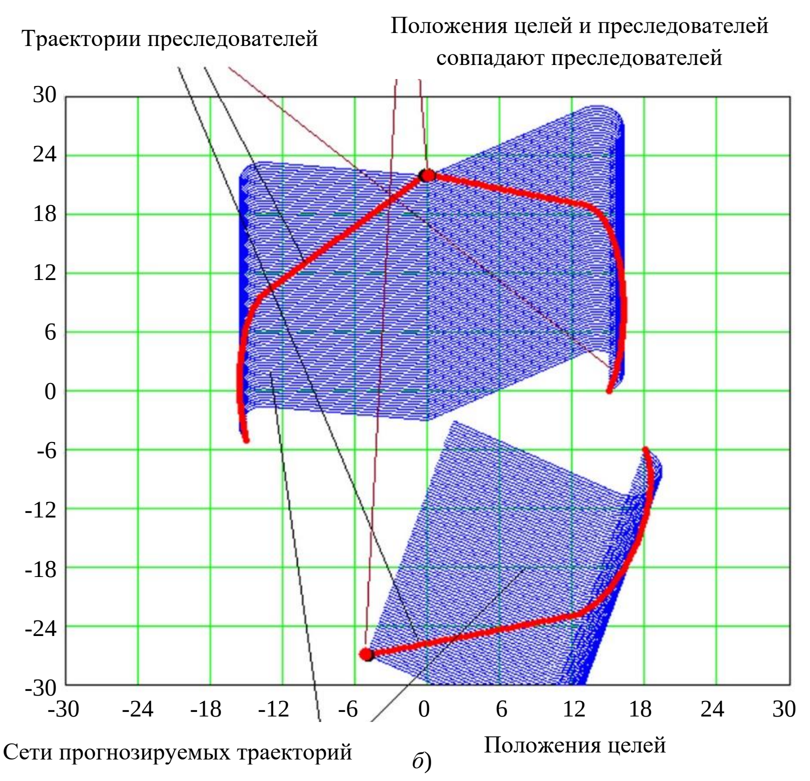
Затем выбирается максимальное значение $t_k=Max\{t_{ij}\}$. Увеличение времени t_{ij} до t_k в данной модели происходит за счет увеличения у преследователя P_i радиуса сопрягаемой окружности со значения r_i до значения $r_i+\delta r_i$.

Рис. 13 дополнен анимированным изображением, где показан процесс группового преследования множества целей [21].



а)

Информатика, вычислительная техника и управление



б)

Рис. 13. Схемы фаз группового преследования: *а* — начальная фаза; *б* — конечная фаза

По результатам исследования создана и зарегистрирована программа для ЭВМ [22], которая реализует алгоритм группового преследования нескольких целей. Это софтверное решение называется «Модель параллельного сближения на плоскости группы преследователей с одновременным достижением цели».

Обсуждение и заключение. Описаны и визуализированы в виде функций на плоскости, на поверхности и в пространстве методы погони, параллельного, пропорционального и трехточечного сближения. Кроме того, показаны возможности модификации метода параллельного сближения на плоскости. С применением матричного моделирования к групповому преследованию выстраивается схема группового преследования множества целей. Отдельно показаны начальная и конечная фаза этого процесса. Расчет времени достижения позволил выявить преследователя, которому нужно наибольшее время, чтобы настичь цель из рассматриваемой выборки.

Итак, предполагается, что матрица распределения преследователей по целям будет генерироваться в каждый момент времени. Цели и преследователи могут исчезать, могут появляться новые. Такая матрица может использоваться и стороной, представляющей цели, которая уклоняется от преследования. Итоги описанных в статье научных изысканий позволят сформировать принципы автоматизированного распределения преследователей по целям на основе выбранной целевой функции. Предлагаются алгоритмы модификации траекторий преследователей для достижения целей одновременно или согласно установленному графику. Также рассматриваются вопросы формирования библиотеки методов преследования. Метод формирования матрицы распределения преследователей по целям может быть востребован при проектировании систем виртуальной реальности для игровых задач, в которых моделируется процесс группового преследования, убегания и уклонения.

Список литературы

1. Раппопорт И.С. Стратегии группового сближения в методе разрешающих функций для квазилинейных конфликтно-управляемых процессов. *Кибернетика и системный анализ*. 2019;55(1):149–163.

2. Bannikov A.S. Some Non-Stationary Problems of Group Pursuit. *Proceedings of the Institute of Mathematics and Computer Science of UdSU*. 2013;1(41):3–46.

3. Хачумов М.В. Решение задачи следования за целью автономным летательным аппаратом. *Искусственный интеллект и принятие решений*. 2015;2:45–52.

4. Хачумов М.В. Задачи группового преследования цели в условиях возмущений. *Искусственный интеллект и принятие решений*. 2016;2:46–54.

5. Абрамянц Т.Г., Маслов Е.П., Яхно В.П. Уклонение групповой цели в трехмерном пространстве. *Автоматика и телемеханика*. 2008;5:3–14.

http://vestnik-donstu.ru

6. Саматов Б.Т. О задачах группового преследования при интегральных ограничениях на управления. *Кибернетика и системный анализ*. 2013;49(5):132–145.

7. Chikrii A.A. Game Dynamic Problems for Systems with Fractional Derivatives. In book: Altannar Chinchuluun, et al. (eds.) *Pareto Optimality, Game Theory and Equilibria*. New York, NY: Springer; 2008. Vol. 17. P. 349–386. https://doi.org/10.1007/978-0-387-77247-9_13

8. Borie R.B., Tovey C.A., Koenig S. *Algorithms and Complexity Results for Pursuit-Evasion Problems.* In: Proc. 21st Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI). Pasadena, CA: Morgan Kaufmann Publishers Inc.; 2009. P. 59–66.

9. Созинов П.А., Горевич Б.Н. Кинематический анализ методов пропорциональной навигации применительно к наведению зенитной управляемой ракеты на баллистическую цель. *Вестник концерна ВКО «Алмаз-Антей»*. 2022;2:74–92. https://doi.org/10.38013/2542-0542-2022-2-74-92

10. Zarchan P. *Tactical and Strategic Missile Guidance*, 5th ed. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2006. 888 p.

11. Chikrii A.A. *Conflict-Controlled Processes*. Dordrecht, Boston, London: Springer Science and Business Media; 2013. 424 p.

12. Chikrii A.A., Chikrii G.Ts. Matrix Resolving Functions in Game Problems of Dynamics. *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics.* 2015;291(1):56–65. https://doi.org/10.1134/S0081543815090047

13. Chern F. Chung, Tomonari Furukawa. A Reachability-Based Strategy for the Time-Optimal Control of Autonomous Pursuers. *Engineering Optimization*. 2008;40(1):67–93.

14. Дубанов А.А. Модель метода погони на плоскости и в пространстве. URL: https://youtu.be/PAu9Qg1dySM (дата обращения: 16.01.2023).

15. Дубанов А.А. Модель метода параллельного сближения на плоскости. URL: https://youtu.be/hGieKXNiuz8 (дата обращения: 16.01.2023).

16. Дубанов А.А. Модель параллельного сближения в пространстве. URL: https://youtu.be/8nDUSi3ENB4 (дата обращения: 16.01.2023).

17. Дубанов А.А. Модель метода погони на поверхности URL: https://youtu.be/sU724Db_VMk (дата обращения: 16.01.2023).

18. Дубанов А.А. Модель метода параллельного сближения на поверхности. URL: https://youtu.be/06qgINE4j8U (дата обращения: 16.01.2023).

19. Дубанов А.А. Модификация метода параллельного. URL: https://www.youtube.com/watch?v=qNXdykK21Z8 (дата обращения: 16.01.2023).

20. Дубанов А.А. Модификация метода погони. URL: https://www.youtube.com/watch?v=UQ5bVKjVqZ4 (дата обращения: 16.01.2023).

21. Дубанов А.А. Результаты моделирования задачи. URL: https://www.youtube.com/watch?v=NNJDJOJT34I (дата обращения: 9.07.2022).

22. Дубанов А.А. и др. *Модель параллельного сближения на плоскости группы преследователей с одновременным достижением цели*. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2021618920 РФ. 2021.

References

1. Rappoport IS. Strategii gruppovogo sblizheniya v metode razreshayushchikh funktsii dlya kvazilineinykh konfliktno-upravlyaemykh protsessov. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2019;55(1):149–163. (In Russ.)

2. Bannikov AS. Some Non-Stationary Problems of Group Pursuit. *Proceedings of the Institute of Mathematics and Computer Science of UdSU*. 2013;1(41):3–46.

3. Khachumov MV. The Solution of the Problem of the Target Following by the Autonomous Aircraft. *Artificial Intelligence and Decision Making*. 2015;2:45–52.

4. Khachumov MV. Problems of Group Pursuit of a Target in a Perturbed Environment. *Artificial Intelligence and Decision Making*. 2016;2:46–54.

5. Abramyants TG, Maslov EP, Yahno VP. Evasion of Multiple Target in Three-Dimensional Space. *Automation and Remote Control*. 2008;5:3–14.

6. Samatov BT. O zadachakh gruppovogo presledovaniya pri integral'nykh ogranicheniyakh na upravleniya. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2013;49(5):132–145. (In Russ.)

7. Chikrii AA. Game Dynamic Problems for Systems with Fractional Derivatives. In book: Altannar Chinchuluun, et al. (eds.) *Pareto Optimality, Game Theory and Equilibria*. New York, NY: Springer; 2008. Vol. 17. P. 349–387. https://doi.org/10.1007/978-0-387-77247-9_13

8. Borie RB, Tovey CA, Koenig S. *Algorithms and Complexity Results for Pursuit-Evasion Problems.* In: Proc. 21st Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI). Pasadena, CA: Morgan Kaufmann Publishers Inc.; 2009. P. 59–66.

9. Sozinov PA, Gorevich BN. Kinematic Analysis of Proportional Navigation Methods as Applicable to Surface-to-Air Missile Guidance to a Ballistic Target. *Vestnik Koncerna VKO "Almaz – Antey"*. 2022;2:74–92.

10. Zarchan P. *Tactical and Strategic Missile Guidance*, 5th ed. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2006. 888 p.

11. Chikrii AA. *Conflict-Controlled Processes*. Dordrecht, Boston, London: Springer Science and Business Media; 2013. 424 p.

12. Chikrii AA, Chikrii GTs. Matrix Resolving Functions in Game Problems of Dynamics. *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics*. 2015;291(1):56–65. https://doi.org/10.1134/S0081543815090047

13. Chern F Chung, Tomonari Furukawa. A Reachability-Based Strategy for the Time-Optimal Control of Autonomous Pursuers. *Engineering Optimization*. 2008;40(1):67–93.

14. Dubanov AA. Model' metoda pogoni na ploskosti i v prostranstve. URL: https://youtu.be/PAu9Qg1dySM (accessed: 16.01.2023). (In Russ.)

15. Dubanov AA. Model' metoda parallel'nogo sblizheniya na ploskosti. URL: https://youtu.be/hGieKXNiuz8 (accessed: 16.01.2023). (In Russ.)

16. Dubanov AA. Model' parallel'nogo sblizheniya v prostranstve. URL: https://youtu.be/8nDUSi3ENB4 (accessed: 16.01.2023). (In Russ.)

17. Dubanov AA. Model' metoda pogoni na poverkhnosti. URL: https://youtu.be/sU724Db_VMk (accessed: 16.01.2023). (In Russ.)

18. Dubanov AA. Model' metoda parallel'nogo sblizheniya na poverkhnosti. URL: https://youtu.be/06qgINE4j8U (accessed: 16.01.2023). (In Russ.)

19. Dubanov AA. Modifikatsiya metoda parallel'nogo. URL: https://www.youtube.com/watch?v=qNXdykK21Z8 (accessed: 16.01.2023). (In Russ.)

20. Dubanov AA. Modifikatsiya metoda pogoni. URL: https://www.youtube.com/watch?v=UQ5bVKjVqZ4 (accessed: 16.01.2023). (In Russ.)

21. Dubanov AA. Rezul'taty modelirovaniya zadachi. URL: https://www.youtube.com/watch?v=NNJDJOJT34I (accessed: 9.07.2022). (In Russ.)

22. Dubanov AA, et al. *Model' parallel'nogo sblizheniya na ploskosti gruppy presledovatelei s odnovremennym dostizheniem tseli*. RF Certificate of State Registration of Computer Program No. 2021618920, 2021. (In Russ.)

Поступила в редакцию 14.04.2023
Поступила после рецензирования 29.04.2023
Принята к публикации 30.04.2023

Об авторе:

Александр Анатольевич Дубанов, кандидат технических наук**,** доцент кафедры геометрии и методики преподавания математики института математики и информатики Бурятского государственного университета им. Д. Банзарова (670000, РФ, г. Улан-Удэ, ул. Ранжурова, 5) ResearcherID, ScopusID, ORCID, AuthorID, alandubanov@mail.ru

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Received 14.04.2023
Revised 29.04.2023
Accepted 30.04.2023

About the Author:

Alexander A Dubanov, Cand.Sci. (Eng), Associate Professor of the Department of Geometry and Teaching Methodology, Institute of Mathematics and Computer Science, BSU (5, Ranzhurova St., Ulan-Ude, Republic of Buryatia, 670000, RF), ResearcherID, ScopusID, ORCID, AuthorID, alandubanov@mail.ru

Conflict of interest statement: the author does not have any conflict of interest.

The author has read and approved the final manuscript.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT



Check for updates

УДК 004.58
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-203-211

Научная статья

Размещение нескольких виртуальных объектов в физическом пространстве в приложениях дополненной реальности

М.В. Алпатова , **Ю.В. Рудяк**
Московский политехнический университет, г. Москва, Российская Федерация
✉ m.v.alpatova@yandex.ru

Аннотация
Введение. Проблемы, связанные с размещением виртуальных объектов в реальной среде, существенно ограничивают возможности технологии дополненной реальности (AR). Такая ситуация выявляет пробел в научных знаниях, требующий дополнительного исследования. Поэтому основной задачей данного исследования явилась разработка метода оптимального размещения виртуальных объектов, при котором происходит минимизация целевой функции комфортности. Такой подход направлен на усовершенствование систем AR и развитие соответствующей теории.

Материалы и методы. Проведенное исследование основывается на анализе размещения виртуальных объектов в AR/VR приложениях с особым акцентом на оптимизацию. Было предложено понятие комфортности размещения, учитывающее размеры объекта и расстояния до границ свободного пространства по координатам X, Y, Z.

Результаты исследования. В рамках исследования были получены формулы для оптимального размещения объектов с произвольной функцией комфортности. Основным критерием является минимизация разницы между уровнями комфортности с разных сторон объекта. Было выявлено, что успешное размещение объектов требует учета их размеров и зон комфортности, а также решения системы из n линейных уравнений.

Обсуждение и заключение. Полученные результаты представляют собой важный вклад в исследование проблемы размещения виртуальных объектов в AR/VR/MR. Они открывают новые возможности для улучшения взаимодействия с пользователями и проведения дальнейших исследований в области пространственных вычислений. Возможными направлениями для дальнейшего развития являются динамические корректировки и интеграция полученных результатов в различные XR-сценарии.

Ключевые слова: дополненная реальность, виртуальные объекты, физическое пространство, рациональное размещение, математическая модель, уравнения

Благодарности: данное исследование осуществлено благодаря финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 21–510–07004. Выражаем признательность коллегам, участвующим в данном гранте, за их ценный вклад в работу. Кроме того, хотим поблагодарить редакционную команду журнала и рецензента за компетентную экспертизу и ценные рекомендации по улучшению статьи.

Для цитирования. Алпатова М.В., Рудяк Ю.В. Размещение нескольких виртуальных объектов в физическом пространстве в приложениях дополненной реальности. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(2):203–211. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-203-211

© Алпатова М.В., Рудяк Ю.В., 2023

Original article

Placement of Multiple Virtual Objects in Physical Space in Augmented Reality Applications

Marianna V. Alpatova , **Yuri V. Rudyak**
Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation
✉ m.v.alpatova@yandex.ru

Abstract

Introduction. The challenges of placing virtual objects in a real-world environment limit the potential of augmented reality (AR) technology. This situation identifies a gap in scientific knowledge that requires additional research. Therefore, the main task of this study was to develop a method for optimal placement of virtual objects, in which the objective function of comfort was minimized. This approach is aimed at improving AR systems and developing the corresponding theory.

Materials and Methods. The conducted research was based on the analysis of the placement of virtual objects in AR/VR applications with particular emphasis on optimization. The concept of comfort of placement was proposed, taking into account the size of the object and the distance to the boundaries of free space in X, Y, Z coordinates.

Results. As part of the study, formulas were obtained for the optimal placement of objects with an arbitrary comfort function. The basic criterion was to minimize the difference between comfort levels from different sides of the object. It was found that a successful placement of objects required taking into account their size and comfort zones, as well as solving a system of *n* linear equations.

Discussion and Conclusion. The results obtained make an important contribution to the study of the problem of placing virtual objects in AR/VR/MR. They open up new opportunities for improving user interaction and conducting further research in the field of spatial computing. Possible directions for further development are dynamic adjustments and integration of the results into various XR scenarios.

Keywords: augmented reality, virtual objects, physical space, optimal placement, mathematical model, equations

Acknowledgements: this research was carried out thanks to the financial support of the RFBR in the framework of scientific project no. 21–510–07004. We acknowledge participation and valuable contribution of our colleagues in this grant work. In addition, we would like to thank the editorial team of the journal and the reviewer for their competent expertise and valuable recommendations for improving the article.

For citation. Alpatova MV, Rudyak YuV. Placement of Multiple Virtual Objects in Physical Space in Augmented Reality Applications. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(2): 203–211. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-203-211

Введение. Быстрое развитие технологии дополненной реальности (AR) открывает новые возможности в различных областях — от развлечений до образования и промышленных приложений [1, 2]. Однако, несмотря на значительные успехи, существует множество проблем, которые необходимо преодолеть, особенно в контексте размещения нескольких виртуальных объектов в реальной среде. Одна из таких проблем — рациональное размещение виртуальных объектов в приложениях дополненной реальности для обеспечения оптимального и комфортного пользовательского опыта [3–5].

Указанная проблема возникает в связи с необходимостью понимания устройством физического пространства. Для эффективного размещения виртуальных объектов в реальном мире приложение должно иметь возможность корректно интерпретировать материальное окружение, в котором находится пользователь, используя сенсоры и камеры мобильных устройств [6].

В данной статье представлен новый подход к определению оптимального размещения виртуальных объектов в физическом пространстве. Эта проблема имеет некоторые сходства с другой близкой к ней темой генеративного контекстного дополнения сцены (contextual scene augmentation, CSA), где основная цель заключается в создании гармоничного и удобного взаимодействия между виртуальными и физическими объектами [7, 8]. Однако предлагаемый авторами подход отличается от упомянутого, так как он фокусируется на определении оптимального расстояния между объектами с использованием монотонной функции комфортности, в то время как CSA учитывает семантику сцены, контекст и смысл виртуальных объектов.

Существующие подходы к решению проблемы оптимального размещения виртуальных объектов обычно ограничены предположениями о форме функции комфортности и не всегда гарантируют оптимальность решения. В данной статье предлагается новый подход, который значительно отличается от используемых в настоящее время. Это позволяет более гибко находить рациональное расположение виртуальных объектов и

http://vestnik-donstu.ru

предоставляет универсальное решение для различных сценариев и условий. Термин «рациональное размещение» применяется по следующим соображениям: во-первых, окончательный выбор при предлагаемых рекомендациях все же остаётся на усмотрение пользователя; во-вторых, несмотря на то, что в контексте данной работы решается задача минимизации целевой функции, она содержит элементы нечётких множеств.

В рамках данной работы вводится понятие оптимального размещения набора виртуальных объектов в одномерном физическом пространстве. Разработана модель, позволяющая решать задачу оптимального размещения набора объектов и приводящая, независимо от выбора вида функции комфортности, к системе линейных уравнений для определения оптимальных расстояний между объектами. В качестве примера приведено решение задачи для случая с двумя виртуальными объектами.

Цель данной статьи предложить и продемонстрировать новый подход к определению оптимального размещения виртуальных объектов в физическом пространстве, обосновать его применимость и эффективность. Представлены математические формулировки и методы решения задачи оптимального размещения, а также примеры практического применения полученных результатов. Это позволит выявить новые возможности для улучшения взаимодействия между виртуальными и физическими объектами, а также способствовать развитию теории и практики дополненной реальности.

Таким образом, данная статья направлена на углубление понимания проблемы оптимального размещения виртуальных объектов в физическом пространстве и предложение нового подхода к её решению. Результаты исследования могут быть использованы для создания более эффективных и удобных в использовании систем виртуальной реальности, а также для дальнейшего развития теории в данной области.

Материалы и методы. Размещение виртуальных объектов в реальном физическом пространстве — это задача, которая возникает практически в каждом AR/VR приложении. При всей своей простоте она может создавать большие проблемы в случае недостаточного внимания к вопросу оптимизации размещения таких объектов, вплоть до полного отказа большого количества потенциальных пользователей работать с упомянутыми приложениями. Наиболее остро стоит задача оптимизации, когда необходимо разместить сразу несколько виртуальных объектов в заданном физическом пространстве. При этом, даже в случае размещения только одного объекта, лишь совсем недавно было сформулировано понятие «комфортности» его размещения и предложена соответствующая модель [9], состоящая в следующем.

Объект, встраиваемый в трёхмерную физическую область, представляется в виде прямоугольного параллелепипеда с характерными размерами: l — длина; d — ширина; h – высота. При этом для каждой из координат X, Z, Y вводится следующее понятие комфортности размещения. Понятно, что размер свободного пространства не должен быть меньше размера объекта, но, помимо этого, для каждой координаты вводится понятие комфортных расстояний от объекта до границы свободного пространства. Например, для координаты X введём понятие комфортного расстояния слева — D_- и справа — D_+ и, соответственно, левой и правой комфортности — K_- и K_+. Обозначим расстояния слева и справа от объекта до границы свободного пространства X_- и X_+. Будем считать, что $K_- = 1$, если $X_- \geq D_-$ и уменьшается до 0 при приближении D_- к нулю. Например, для простоты возьмём линейные зависимости $K_-\left(X_-/D_-\right)$ и $K_+\left(X_+/D_+\right)$:

$$K_- = \begin{cases} \dfrac{X_-}{D_-}, \ X_- < D_-, \\ 1, \ X_- \geq D_- \end{cases}. \tag{1}$$

Зависимость $K_+\left(X_+/D_+\right)$ аналогична (1). Точно таким же образом введём понятие комфортности с одной и другой стороны для координат Z и Y.

Если размер свободного пространства по горизонтали $L \geq D_- + l + D_+$, то проблема комфортного размещения ($K_- = K_+ = 1$) не возникает, и все проблемы появляются, когда $l \leq L \leq D_- + l + D_+$. В этом случае вводится понятие комфортности размещения объекта, когда комфортность с одной стороны не достигается за счёт комфортности с другой стороны. Введём целевую функцию комфортности:

$$K_2 = \left(K_- - K_+\right)^2. \tag{2}$$

Под оптимальным размещением будем понимать такое размещение, при котором достигается минимум K_2. Очевидно, что это происходит, если $K_- = K_+$.

Как было показано в работе [9], если зависимости $K_-\left(X_-/D_-\right)$ и $K_+\left(X_+/D_+\right)$ линейны, минимум целевой функции (2), соответствующий оптимальному размещению объекта, достигается при следующих значениях X_- и X_+:

$$X_- = (L-l)\frac{D_-}{D_- + D_+},$$

$$X_+ = L - X_- - l = (L-l)\frac{D_+}{D_- + D_+}. \qquad (3)$$

Формулы (3) просты и удобны для оптимального размещения одного виртуального объекта. Как отмечается в [9], их недостаток состоит в том, что они были выведены для случая линейных (1) функций комфортности $K_-(X_-/D_-)$ и $K_+(X_+/D_+)$. Покажем, что они справедливы всегда, если функции $K_-(X_-/D_-)$ и $K_+(X_+/D_+)$, представляют собой одну и ту же функцию $k(x)$, удовлетворяющую условию, что она монотонно возрастает для $0 \le x \le 1$, и равна 1 при $x > 1$. Вид такой функции $K_-(X_-/D_-) = k(x)$ представлен на рис. 1.

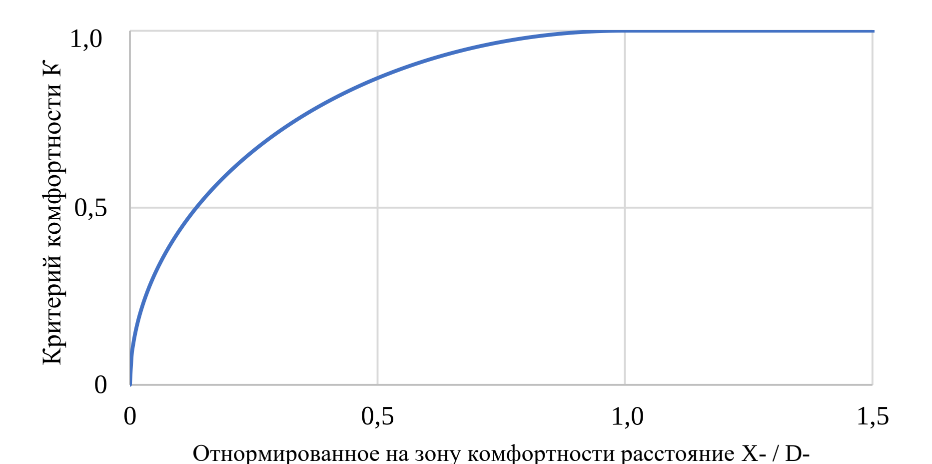


Рис. 1. Зависимость функции комфортности $k(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & 0 \le x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

Ниже на рис. 2 и 3 представлены дополнительно ещё две функции — кубическая и линейная, демонстрирующие схожее описываемое поведение.



Рис. 2. Зависимость функции комфортности $k(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \le x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

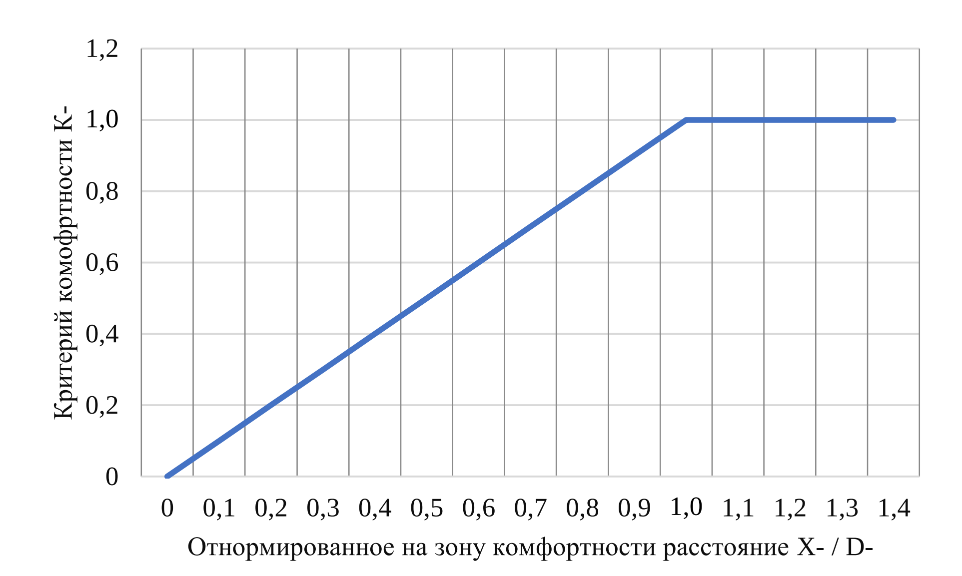


Рис. 3. Зависимость функции комфортности $k(x)=\begin{cases} x, \ 0\le x\le 1 \\ 1, \ x>1 \end{cases}$

Действительно, пусть нам надо встроить объект размером *l* с комфортными расстояниями слева D_- и справа D_+ в пространство, ограниченное размером *L*, и при этом выполнены условия $l\le L\le D_- + l + D_+$. Тогда, если односторонние комфортности представимы в виде $K_-\left(X_-/D_-\right)=k\left(x_-\right)$, $K_+\left(X_+/D_+\right)=k\left(x_+\right)$, где $x_- = X_-/D_-$, $x_+ = X_+/D_+$, а зависимость *k(x)*, удовлетворяет вышеназванным условиям, то из условия минимума целевой функции (2) получим $K_- = K_+ \Rightarrow k\left(X_-/D_-\right)=k\left(X_+/D_+\right)$.

Для конкретно заданной нелинейной функции комфортности *k(x)* можно численно решать полученное уравнение одним из известных методов. Однако, поскольку односторонние комфортности описываются автомодельной функцией *k(x)*, из уравнения $k\left(X_-/D_-\right)=k\left(X_+/D_+\right)$ получаем соотношение $X_-/D_- = X_+/D_+$, откуда с учётом равенства $L = X_- + l + X_+$ вытекают равенства (3).

Таким образом, показано, что простые и достаточно удобные равенства (3), позволяющие встраивать объект с оптимальной комфортностью справедливы для любой функции односторонней комфортности *k(x)*.

Результаты исследования. В реальной ситуации возникает необходимость размещения сразу нескольких объектов. В этом случае решать последовательно задачи оптимального размещения сначала первого объекта, потом второго, третьего и т.д. нет смысла, поскольку при размещении следующего объекта возникает необходимость сдвигать ранее установленные объекты, чтобы размещение было оптимальным по совокупности всех объектов. Если выполнено условие $L<\sum_{i=1}^{n} l^{(i)}$, объекты в принципе не умещаются в свободном пространстве протяжённости L. Если же $L\ge \sum_{i=1}^{n}\left(D_-^{(i)}+l^{(i)}+D_+^{(i)}\right)$, то объекты можно разместить так, чтобы они не мешали друг другу. Реально задача оптимального размещения возникает, если выполнены условия:

$$\sum_{i=1}^{n} l^{(i)} < L < \sum_{i=1}^{n}\left(D_-^{(i)}+l^{(i)}+D_+^{(i)}\right). \quad (4)$$

В этом случае введём целевую функцию:

$$K_\Sigma = K_2^{(1)} + K_2^{(2)} + \ldots + K_2^{(n)}, \quad (5)$$

где $K_2^{(i)}$ — определяемая формулой (2) комфортность *i*-го объекта. При этом, если имеются 2 последовательных объекта с номерами *i* и *i*+1, то комфортное их соседство будет, если расстояние между ними не менее, чем $D_+^{(i)} + D_-^{(i+1)}$, что соответствует новым комфортным расстояниям $\tilde{D}_+^{(i)} = \tilde{D}_-^{(i+1)} = D_+^{(i)} + D_-^{(i+1)}$, *i*=1,2,…,(*n*-1) поскольку комфортное расстояние до стены это одно, а до другого объекта, откуда может быть что-то выдвинуто, совсем другое. Рациональное расположение встраиваемых объектов определяется минимумом целевой функции (5).

Минимум целевой функции (5) с учётом (2) даёт нам систему из *n* уравнений:

$$K_2^{(1)}=0;\ K_2^{(2)}=0;\ \dots,\ K_2^{(n)}=0\,. \tag{6}$$

Из (6) следует:

$$K_-^{(i)}=K_+^{(i)};\ i=1,2,3,\dots,n\,. \tag{7}$$

Система уравнений (7) может быть записана в следующем виде:

$$\begin{gathered} k\left(\frac{X_-^{(1)}}{D_-^{(1)}}\right)=k\left(\frac{X_-^{(2)}}{\tilde{D}_+^{(1)}}\right), \\ k\left(\frac{X_-^{(i)}}{\tilde{D}_-^{(i)}}\right)=k\left(\frac{X_-^{(i+1)}}{\tilde{D}_+^{(i)}}\right),\ \ i=2,3,\dots(n-1), \\ k\left(\frac{X_-^{(n)}}{\tilde{D}_-^{(n)}}\right)=k\left(\frac{L-\sum_{i=1}^{n}\left(X_-^{(i)}+l^{(i)}\right)}{\tilde{D}_+^{(n)}}\right). \end{gathered} \tag{8}$$

То есть мы получили *n* уравнений относительно *n* неизвестных $X_-^{(1)},X_-^{(2)},\dots,X_-^{(n)}$, где $X_-^{(1)}$ — расстояние первого объекта от левого края области встраивания, $X_-^{(i)},\ i=2,3,\dots,n$ — расстояние между объектами с номерами *i* и (*i*-1).

Поскольку функция *k(x)* монотонная, система (8) сводится к линейной системе уравнений, которая никак не зависит от вида самой функции комфортности *k(x)*.

$$\begin{gathered} \frac{X_-^{(1)}}{D_-^{(1)}}=\frac{X_-^{(2)}}{\tilde{D}_+^{(1)}}, \\ \frac{X_-^{(i)}}{\tilde{D}_-^{(i)}}=\frac{X_-^{(i+1)}}{\tilde{D}_+^{(i)}}, \\ \frac{X_-^{(n)}}{\tilde{D}_-^{(n)}}=\frac{L-\sum_{i=1}^{n}\left(X_-^{(i)}+l^{(i)}\right)}{\tilde{D}_+^{(n)}}. \end{gathered} \tag{9}$$

Система (9) может решаться одним из известных методов. Однако, ввиду того, что матрица системы (9) является сильно разрежена, решение системы можно найти достаточно просто. Например, в первых (*n*-1) уравнениях можно в каждом *i*-м уравнении выразить $X_-^{(i+1)}$ через $X_-^{(i)}$, затем, подставив это в последнее уравнение, получить линейное уравнение относительно $X_-^{(1)}$. После этого, двигаясь от первого уравнения к (*n*-1)-му, можно последовательно найти $X_-^{(2)},X_-^{(3)},\dots,X_-^{(n)}$.

В случае размещения двух виртуальных объектов, *n*=2, система (9) принимает следующий вид:

$$\begin{gathered} \frac{X_-^{(1)}}{D_-^{(1)}}=\frac{X_-^{(2)}}{\tilde{D}_+^{(1)}}, \\ \frac{X_-^{(2)}}{\tilde{D}_-^{(2)}}=\frac{L-X_-^{(1)}-X_-^{(2)}-l^{(1)}-l^{(2)}}{\tilde{D}_+^{(n)}}\,. \end{gathered} \tag{10}$$

Из системы (10) находим:

$$\begin{gathered} X_-^{(1)}=\frac{\left(L-l^{(1)}-l^{(2)}\right)\tilde{D}_-^{(2)}D_-^{(1)}}{\left(\tilde{D}_-^{(2)}+D_+^{2}\right)\tilde{D}_+^{(1)}+D_-^{(1)}\tilde{D}_-^{(2)}}, \\ X_-^{(2)}=\frac{\left(L-l^{(1)}-l^{(2)}\right)\tilde{D}_-^{(2)}\tilde{D}_+^{(1)}}{\left(\tilde{D}_-^{(2)}+D_+^{2}\right)\tilde{D}_+^{(1)}+D_-^{(1)}\tilde{D}_-^{(2)}}. \end{gathered} \tag{11}$$

где $X_-^{(1)}$ — это расстояние между первым объектом и левым краем пространства; $X_-^{(2)}$ — расстояние между правым краем первого объекта и левым краем второго объекта.

Рассмотрим пример (12) когда:

$$L = 100,\ l^{(1)} = 40,\ l^{(2)} = 30,\ D_{-}^{(1)} = 10, D_{+}^{(1)} = 5, D_{-}^{(2)} = 11, D_{+}^{(1)} = 13\,. \qquad (12)$$

Поскольку выполнены условия (13), то:

$$l^{(1)} + l^{(2)} < L < l^{(1)} + l^{(2)} + D_{-}^{(1)} + D_{+}^{(1)} + D_{-}^{(2)} + D_{+}^{(1)} \qquad (13)$$

Для оптимальной расстановки двух объектов можно воспользоваться выражениями (11), которые дают независимо от вида *k(x)* в этом случае $X_{-}^{(1)} \approx 7{,}692;\ X_{-}^{(2)} \approx 12{,}308;\ K_2^{(1)} = K_2^{(2)} = 0$. При этом значение односторонней комфортности зависит от вида *k(x)*. Для линейной зависимости *k(x)*, изображённой на рис. 3, $K_{-}^{(1)} = K_{+}^{(1)} = K_{-}^{(2)} = K_{+}^{(2)} \approx 0{,}769$. Если зависимость *k(x)* соответствует рис. 1, получим значение комфортности $K_{-}^{(1)} = K_{+}^{(1)} = K_{-}^{(2)} = K_{+}^{(2)} \approx 0{,}973$.

Таким образом, в работе введено понятие оптимального размещения набора виртуальных объектов в физическом пространстве. Разработана модель, позволяющая решать задачу оптимального размещения набора объектов. Показано, что решение этой задачи не зависит от вида монотонной функции комфортности.

Обсуждение и заключение. Рассмотрен теоретический аспект важного вопроса оптимального размещения набора виртуальных объектов в физическом пространстве — проблемы, часто встречающейся в приложениях дополненной реальности. Предложив новую математическую модель и включив нечёткую логику, мы заложили основу для алгоритма, который потенциально может помочь пользователям найти рациональное и удобное расположение виртуальных объектов в их реальном окружении.

Основы, заложенные в данном исследовании, показывают, что предложенная модель эффективно решает задачи, связанные с размещением множества виртуальных объектов в заданном физическом пространстве. Анализируя виртуальные плоскости и учитывая расстояния между виртуальными объектами и краями этих виртуальных плоскостей, наш метод обеспечивает рациональное размещение с учётом линейных размеров виртуальных объектов и заложенной комфортной зоны вокруг них.

Полученные результаты способствуют текущему развитию приложений дополненной и смешанной реальности, предоставляя теоретическое решение проблемы оптимального размещения, которое, в свою очередь, способно улучшить взаимодействие с пользователем и общую удовлетворённость инструментами обсуждаемой технологии. Более того, возможные применения приведенного исследования выходят за рамки AR-приложений, открывая новые пути для исследований в смежных областях, таких как виртуальная реальность, смешанная реальность и пространственные вычисления.

В свете полученных результатов данного исследования, будущие разработки могут быть направлены на проверку алгоритма путём эмпирического тестирования, включение динамических корректировок в реальном времени на основе поведения пользователя и изучение интеграции нашего подхода в различные сценарии XR-приложений. Поскольку область дополненной реальности продолжает развиваться, мы ожидаем, что наше исследование внесёт значительный вклад в развитие технологии, способствуя её широкому распространению и дальнейшему обогащению пользовательского опыта.

Список литературы

1. Mekni M., Lemieux A. *Augmented Reality: Applications, Challenges and Future Trends*. In: British Library Conference Proceedings: Applied Computational Science. Athens: WSEAS; 2014. P. 205–214. URL: https://www.cs.ucf.edu/courses/cap6121/spr2020/readings/Mekni2014.pdf (accessed: 29.03.2023)

2. Rick Van Krevelen, Ronald Poelman. A Survey of Augmented Reality Technologies, Applications and Limitations. *International Journal of Virtual Reality*. 2019;9(2):1–20. https://doi.org/10.20870/IJVR.2010.9.2.2767

3. Rui Nóbrega, Diogo Cabral, Giulio Jacucci, et al. *NARI: Natural Augmented Reality Interface - Interaction Challenges for AR Applications*. In: Proc. Int. Conf. on Computer Graphics Theory and Applications (GRAPP 2015). Pasadena, CA: Morgan Kaufmann Publishers Inc.; 2015. P. 504–510. https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2240.1440

4. Kurkovsky S.A., Koshy R., Novak V., et al. *Current Issues in Handheld Augmented Reality*. In: Proc. 2012 Int. Conf. on Communications and Information Technology (ICCIT): 2012 International Conference on Communications and Information Technology (ICCIT). Hammamet: IEEE; 2012. P. 68–72. https://doi.org/10.1109/ICCITechnol.2012.6285844

5. Irshad Sh., Rambli D.R.A. Advances in Mobile Augmented Reality from User Experience Perspective: A Review of Studies. In book: HB Zaman, et al. (eds.). Advances in Visual Informatics. Cham: Springer International Publishing; 2017. P.466–477. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70010-6_43

6. Turk M., Fragoso V. Computer Vision for Mobile Augmented Reality. In book: Gang Hua, Xian-Sheng Hua (eds.). Mobile Cloud Visual Media Computing. Cham: Springer International Publishing; 2015. P. 3–42. https://doi.org/10.1007/978-3-319-24702-1_1

7. Keshavarzi M., Yang A., Caldas L., et al. Optimization and Manipulation of Contextual Mutual Spaces for Multi-User Virtual and Augmented Reality Interaction. In: Proc. 2020 IEEE Conference on Virtual Reality and 3D User Interfaces (VR). Atlanta, GA: IEEE; 2020. P.353–362. https://doi.org/10.1109/VR46266.2020.00055

8. Z. Sadeghipour Kermani, Liao Z., Tan P., et al. Learning 3D Scene Synthesis from Annotated RGB-D Images. *Computer Graphics Forum*. 2016;35(5):197–206. https://doi.org/10.1111/cgf.12976

9. Alpatova M.V., Glazkov A.V., Rudyak Yu.V. *Mathematical Model of Rational Location of Augmented Reality Objects in User's Environment*. In: Proc. Int. Sci. Conf. "Smart Nations: Global Trends In The Digital Economy". Cham: Springer International Publishing; 2022. P. 248–254. https://doi.org/10.1007/978-3-030-94873-3_30

References

1. Mekni M, Lemieux A. *Augmented Reality: Applications, Challenges and Future Trends*. In: British Library Conference Proceedings: Applied Computational Science. Athens: WSEAS; 2014. P. 205–214. URL: https://www.cs.ucf.edu/courses/cap6121/spr2020/readings/Mekni2014.pdf (accessed: 29.03.2023)

2. Rick Van Krevelen, Ronald Poelman. A Survey of Augmented Reality Technologies, Applications and Limitations. *International Journal of Virtual Reality*. 2019;9(2):1–20. https://doi.org/10.20870/IJVR.2010.9.2.2767

3. Rui Nóbrega, Diogo Cabral, Giulio Jacucci, et al. *NARI: Natural Augmented Reality Interface - Interaction Challenges for AR Applications*. In: Proc. Int. Conf. on Computer Graphics Theory and Applications (GRAPP 2015). Pasadena, CA: Morgan Kaufmann Publishers Inc.; 2015. P. 504–510. https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2240.1440

4. Kurkovsky SA, Koshy R, Novak V, et al. *Current Issues in Handheld Augmented Reality*. In: Proc. 2012 Int. Conf. on Communications and Information Technology (ICCIT): 2012 International Conference on Communications and Information Technology (ICCIT). Hammamet: IEEE; 2012. P. 68–72. https://doi.org/10.1109/ICCITechnol.2012.6285844

5. Irshad Sh, Rambli DRA. Advances in Mobile Augmented Reality from User Experience Perspective: A Review of Studies. In book: HB Zaman, et al. (eds.). *Advances in Visual Informatics*. Cham: Springer International Publishing; 2017. P.466–477. https://doi.org/10.1007/978-3-319-70010-6_43

6. Turk M, Fragoso V. Computer Vision for Mobile Augmented Reality. In book: Gang Hua, Xian-Sheng Hua (eds.). *Mobile Cloud Visual Media Computing*. Cham: Springer International Publishing; 2015. P.3–42. https://doi.org/10.1007/978-3-319-24702-1_1

7. Keshavarzi M, Yang A, Caldas L, et al. *Optimization and Manipulation of Contextual Mutual Spaces for Multi-User Virtual and Augmented Reality Interaction*. In: Proc. 2020 IEEE Conference on Virtual Reality and 3D User Interfaces (VR). Atlanta, GA: IEEE; 2020. P.353–362. https://doi.org/10.1109/VR46266.2020.00055

8. Z Sadeghipour Kermani, Liao Z, Tan P, et al. Learning 3D Scene Synthesis from Annotated RGB-D Images. *Computer Graphics Forum*. 2016;35(5):197–206. https://doi.org/10.1111/cgf.12976

9. Alpatova MV, Glazkov AV, Rudyak YuV. *Mathematical Model of Rational Location of Augmented Reality Objects in User's Environment*. In: Proc. Int. Sci. Conf. "Smart Nations: Global Trends In The Digital Economy". Cham: Springer International Publishing; 2022. P. 248–254. https://doi.org/10.1007/978-3-030-94873-3_30

Поступила в редакцию 02.04.2023
Поступила после рецензирования 18.04.2023
Принята к публикации 18.04.2023

Об авторах:

Марианна Валерьевна Алпатова, старший преподаватель кафедры информатики и информационных технологий Московского политехнического университета (107023 г. Москва, ул. Большая Семеновская, д. 38) ScopusID, ORCID, AuthorID, m.v.alpatova@yandex.ru

Юрий Владимирович Рудяк, доктор физико-математических наук, профессор кафедры информатики и информационных технологий Московского политехнического университета (107023 г. Москва, ул. Большая Семеновская, д. 38), ORCID, AuthorID, rudyak@mail.ru

http://vestnik-donstu.ru

Заявленный вклад соавторов:

М.В. Алпатова — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, подготовка текста, формирование выводов.

Ю.В. Рудяк — научное руководство, проведение расчётов, доработка текста, корректировка выводов.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Received 02.04.2023
Revised 18.04.2023
Accepted 18.04.2023

About the Authors:

Marianna V. Alpatova, Senior Lecturer of the Computer Science and Information Technology Department, Moscow Polytechnic University (38, Bolshaya Semyonovskaya St., Moscow, 107023, RF), ScopusID, ORCID, AuthorID, m.v.alpatova@yandex.ru

Yuri V. Rudyak, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Professor of the Computer Science and Information Technology Department, Moscow Polytechnic University (38, Bolshaya Semyonovskaya St., Moscow, 107023, RF), ORCID, AuthorID, rudyak@mail.ru

Claimed contributorship:

MV Alpatova: basic concept formulation; research objectives and tasks; text preparation; formulation of conclusions.

YuV Rudyak: academic advising; calculation analysis; revision of the text; correction of conclusions.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT



Check for updates

УДК 004.942: 519.63
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-212-224

Научная статья

Моделирование вертикальных движений морской воды в стратифицированных водоемах

Н.В. Кудинов ✉[1], А.А. Филина[2], А.В. Никитина[1], Д.В. Бондаренко[1], И.Ф. Развеева[1]
[1]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[2]Научно-исследовательский центр супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров, г. Таганрог, Российская Федерация
✉ kudinov_nikita@mail.ru

Аннотация
Введение. В области вычислительной математики известно множество способов аппроксимации модели механики жидкости. Учеными выработаны методы и оценки критериев качества аппроксимации, таких как устойчивость и сходимость. Комбинация подходов построения экономичных разностных схем, таких как расщепление по физическим процессам, регуляризация по Б. Н. Четверушкину, линейная комбинация разностной схемы «кабаре» и «крест» в совокупности ранее не реализовывалась и не оценивалась. Перед авторами стояла задача аппроксимировать каждую часть расщеплённой по физическим процессам модели гидродинамики наиболее адекватной схемой и далее исследовать корректность данного подхода.
Материалы и методы. Математическая модель гидрофизических процессов замыкается эмпирическим уравнением состояния соленой воды. Выбираются значимые свойства, строится математическая модель. Разностные операторы аппроксимируют дифференциальные операторы. Строится алгоритм послойного моделирования переходных процессов. Алгоритм реализован в виде программы, которая, в основном, содержит поэлементные (массивно параллельные) операции.
Результаты исследования. Получены математические модели гидродинамических процессов в водоемах, учитывающие три уравнения движения при наличии градиента плотности водной среды при отказе от гидростатического приближения. Апробирован новый способ вычисления поля давления с применением регуляризаторов по Б. Н. Четверушкину в уравнении неразрывности. Разработан программный модуль численного моделирования гидрофизических процессов движения воды с различной солёностью и плотностью. Это открытое программное обеспечение, допускающее не только переопределение эмпирических зависимостей (как алгебраических функций), но и подключение внешних моделирующих модулей для отображения зависимостей алгоритмически.
Обсуждение и заключение. Разработанная модель гидрофизики, учитывающая свойства солёной воды и динамическую связь механического движения воды с солёностью, может применяться для изучения формирования неравновесного распределения параметров и идентификации наиболее стабильных параметров водной среды. Модель объясняет нисходящее движение кислорода, что позволит в будущем оценивать величины параметров водной среды, которые сложно измерить непосредственно. Она может быть использована в процедуре параметрической идентификации трудноизмеряемых параметров водной среды.

Ключевые слова: математическая модель, стратификация, модель динамики морской воды, квазигидродинамическая модель, метод заполненности ячеек, центрально-разностная схема, метод прогонки, ВВЦП, Кабаре, Крест

Благодарности: авторы благодарят наставников научной школы, члена-корреспондента РАН А.И. Сухинова за организацию научной работы, а также выражают признательность редакции журнала «Advanced Engineering Research» за помощь, оказанную в процессе подготовки статьи.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 22–71–10102).

© Кудинов Н.В., Филина А.А., Никитина А.В., Бондаренко Д.В., Развеева И.Ф., 2023

Для цитирования. Кудинов Н.В., Филина А.А, Никитина А.В. и др. Моделирование вертикальных движений морской воды в стратифицированных водоемах. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(2):212–224. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-212-224

Original article

Simulation of Vertical Movements of Seawater in Stratified Reservoirs

Nikita V. Kudinov ✉[1], **Alena A. Filina**[2], **Alla V. Nikitina**[1], **Denis V. Bondarenko**[1], **Irina F. Razveeva**[1]

[1]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

[2] "Supercomputers and Neurocomputers Research Center" Co Ltd, Taganrog, Russian Federation

✉ kudinov_nikita@mail.ru

Abstract

Introduction. In the field of computational mathematics, there are many ways to approximate the model of fluid mechanics. Methods and estimates of approximation quality criteria, such as stability and convergence, are developed, while a combination of approaches to constructing economical difference schemes, such as splitting by physical processes, regularization by B. N. Chetverushkin, a linear combination of the Upwind and Standard Leapfrog difference schemes in aggregate has not been implemented and evaluated before. The authors were faced with the task of approximating each part of the hydrodynamic model split by physical processes with the most adequate scheme and further investigating the correctness of this approach.

Materials and Methods. The mathematical model of hydrophysical processes is closed by the empirical equation of the state of salt water. Significant properties were selected, a mathematical model was built. Difference operators approximated differential operators. An algorithm for layer-by-layer modeling of transients was constructed. The algorithm has been implemented in the form of the program, which mainly contains elementwise (massively-parallel) operations.

Results. Mathematical models of hydrodynamic processes in reservoirs were obtained, taking into account three equations of motion in the presence of a density gradient of the aqueous medium when hydrostatic approximation was abandoned. A new method of calculating the pressure field using B. N. Chetverushkin's regularizers in the continuity equation was tested. A software module for numerical simulation of hydrophysical processes of water movement with different salinity and density was developed. This is open-source software that provides not only the redefinition of empirical dependences (as algebraic functions), but also the connection of external simulating modules to display dependences algorithmically.

Discussion and Conclusion. The developed model of hydrophysics, taking into account the properties of salt water and the dynamic relationship of the mechanical movement of water with salinity, can be used to study the formation of a nonequilibrium distribution of parameters and identify the most stable parameters of the aquatic environment. The model explains the downward movement of oxygen. That will help in the future to estimate the values of the parameters of the aquatic environment, which are difficult to measure directly. It can be used in the procedure of parametric identification of hard-to-measure parameters of the aquatic environment.

Keywords: mathematical model, stratification, seawater dynamics model, quasi-hydrodynamic model, cell occupancy method, central difference scheme, sweep method, FTCS scheme, Upwind Leapfrog, Standard Leapfrog

Acknowledgements: the authors would like to thank AI Sukhinov, Corresponding Member, Russian Academy of Sciences, mentor of the scientific school, for organizing the research; and also, they express gratitude to the editorial board of the journal "Advanced Engineering Research" for the help provided in the preparation of the article.

Funding information. The research is done with the financial support from Russian Science Foundation (project no. 22–71–10102).

For citation. Kudinov NV, Filina AA, Nikitina AV, et al. Simulation of Vertical Movements of Seawater in Stratified Reservoirs. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(2): 212–224. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-2-212-224

Введение. Одной из важных задач, связанных с экологией и безопасностью жизнедеятельности людей, живущих в прибрежных территориях, является прогнозирование и моделирование движения воды в морях и крупных региональных водоёмах. Кроме того, актуально изучение процесса переноса растворенных в водной среде веществ при учёте стратификации и зависимости плотности воды от многих переменных факторов. Такое прогнозное моделирование, вероятно, позволит не только оценивать качество вод, но и управлять им в

условиях климатических изменений и индустриальных воздействий. Более общая и главная цель — связать качество вод с численностью и видовым разнообразим естественных гидробиоценозов, обитающих в гидросфере. При решении этих задач необходимо учитывать гидродинамические характеристики водной среды, особенности внешних факторов воздействия, таких как неоднородность распределения температуры, соленость, насыщенность воды кислородом, количество растворенных в воде газов, кислотность. Эти параметры являются одними из ключевых параметров биологической активности водной экосистемы [1].

Акватория водоема также может рассматриваться как передаточная система, проводящая кислород от атмосферы к донным осадкам. Однако известны случаи образования химических градиентов большой величины на относительно небольших перепадах глубин — в пограничных слоях при относительно небольшой их величине за пределами этих зон. Причина появления таких участков при общей стратификации воды по плотности во всемирном тяготении с одной стороны и радиационном воздействии солнца на воду, приводящего к её нагреванию, с другой. Эти процессы могут привести к снижению скорости продукции, деструкции и рециклинга биогенных элементов и биоорганизмов вплоть до остановки этих процессов, а также предопределять биоразнообразие гидробионтов в целом и видовой состав в частности [2]. Температурная стратификация существенно воздействует на распределение организмов в толще воды, на перенос и осаждение вредных для биоорганизмов примесей. Повышение температуры поверхностных вод приводит к нарушению вертикального водообмена и, соответственно, к уменьшению аэрации глубоководной зоны, снижению растворимости и концентрации кислорода в воде. Стратификация по плотности, температуре и химическому составу ограничивает конвективный подъем в поверхностные слои воды биогенных элементов, углекислоты и продуктов неполного окисления органических веществ, поступающих в гиполимнион (холодные, солёные, плотные слои воды) в результате седиментации (оседания) сестона. С начала стратификации и до момента ее окончания поверхностный слой обедняется, а гиполимнион, напротив, обогащается этими веществами. В результате физико-химическая стратификация приводит к возникновению неравномерного распределения по глубине ряда биологически значимых веществ и является причиной самоорганизации сложной структуры экологических ниш [3]. Математическое моделирование механических, химических и биологических процессов, протекающих в водных экосистемах, чрезвычайно актуально и связано с проблемами экологии и безопасности жизнедеятельности населения прибрежных территорий.

Среди выдающихся ученых, внесших значительный вклад в изучение гидрологии и океанологии, следует отметить В.П. Дымникова, который занимался исследованием климата и океанологии, моделированием атмосферы и океана. А.С. Монин и М.Ю. Белевич исследовали процессы кинематики водной среды, турбулентности и микроструктуры океана. Советский ученый А.С. Судольский занимался исследованием динамики вод и береговых процессов в различных водоемах применительно к решению задач проектирования, строительства и эксплуатации конкретных гидротехнических сооружений или рационального хозяйственного использования водоемов в целом [4]. По мнению В.И. Вернадского, одним из важнейших проявлений жизни является газовый обмен организмов с окружающей средой, главным образом — процессы дыхания, основанные на потреблении кислорода [5]. Изучением гидробиологических процессов водоемов занимались различные выдающиеся отечественные ученые, среди которых С.В. Бруевич, работы которого посвящены разработке аналитических методов исследований, формулировании основ гидро- и биогидрохимии. Г.Г. Матишов и В.Г. Ильичев активно изучают условия оптимальной эксплуатации водных ресурсов, занимаются разработкой моделей транспорта загрязняющих веществ в водоемах и исследованием оценки их воздействия на биоресурсы водной среды [6].

Для изучения влияния перечисленных процессов водной среды разрабатывается комплекс взаимосвязанных математических моделей, основанный на использовании точных прогностических моделей и программной реализации экономичных численных методов, который позволит детально исследовать кинематику процесса, причинно-следственные связи и состояние объекта моделирования. Существующие методы и средства прогнозного моделирования состояния водной среды с учетом ряда биотических и абиотических факторов, включая процессы распределения кислорода, углекислого газа, солей, основаны на общих научных подходах, упрощенных математических моделях, обладающих низкой адаптивностью, отсутствием возможности моделирования нелинейных динамических процессов, свойственных большинству водных экосистем, некорректным заданием границ расчетной области. В некоторых случаях исследования сопровождаются формальным определением граничных условий, дают достаточно грубые и приближенные результаты моделирования.

При моделировании процесса переноса веществ, основанного на уравнениях адвекции-диффузии, необходима хорошая аппроксимация адвективных слагаемых, представляющих собой градиенты давления,

плотности массы и полной энергии, импульса движения. Применение стандартных разностных схем при завышенных оценках параметров подобия приводит к потере точности вычислений из-за возрастания погрешности аппроксимации и усилению ограничений на шаг по времени в связи с условием устойчивости разностной схемы. В работах А.И. Сухинова, А.Е. Чистякова и др. [7, 8] показано, как эффективно использовать линейную комбинацию разностных схемам «кабаре» и «крест» с оптимальными значениями весовых коэффициентов для аппроксимации уравнения переноса. Эффективность этих методов достигается оптимизацией погрешности аппроксимации дискретной моделью сплошной среды точного решения задачи переноса вещества с постоянной скоростью. Исследования показали, что такой подход распространяется и на модели гидродинамики с переменной (знакопеременной) скоростью без эффекта сеточной вязкости. Ещё одно положительное качество такого рода аппроксимаций состоит в том, что с их помощью можно моделировать сложные структуры течения, к примеру, вихревые. В настоящее время многие исследователи используют подобные схемы для моделирования турбулентных течений. Сотрудниками ведущих зарубежных научно-исследовательских организаций, таких как Stanford University, Imperial College London и др., а также сотрудниками Института вычислительной математики РАН Е.М. Володиным, А.В. Глазуновым, А.С. Грицуном, Н.Г. Яковлевым и др. [9] изданы труды, в которых математическое моделирование климатических изменений, гидродинамических и атмосферных процессов и явлений осуществлено на основе вихреразрешающих схем. Ещё больше снизить требование к шагу по времени и повысить пространственное разрешение модели при ограниченной компьютерной памяти позволяет квазигидродинамическое приближение сплошной среды. На практике в систему уравнений Навье-Стокса и неразрывности добавляется малое слагаемое, пропорциональное второй производной по времени от функции плотности. Данный подход позволяет сгладить нефизические флуктуации плотности массы и импульса, а также полной энергии, переносимые по пространственной сетке быстрее скорости звука.

Существующие универсальные пакеты прикладных программ (например, пакет программ «Mars3d», Экоинтегратор, программный комплекс CHARISMA, комплекс SALMO, комплекс программ CHTDM, CARDINAL, пакеты моделирования различных процессов аэрогидродинамики, программные комплексы PHOENICS, FLUENT, GAS DYNAMICS TOOL) не учитывают некоторые свойства моделируемых сложных систем, снижая таким образом точность и оперативность моделирования. К таким свойствам относятся: пространственная неоднородность движения водной среды, вихревые структуры течений. В математических моделях и в алгоритмах их численной реализации не учитывается вероятность значительного изменения глубины, плотность водной среды, что может привести к неустойчивости полученных численных решений. По этой причине такие специализированные программные пакеты могут быть использованы для моделирования ограниченного разнообразия гидрофизических процессов водных систем. Большая часть известного специализированного программного обеспечения (ADAM, CAL3QHC, Chensi, TASCflow, ISC-3, PANACHE, REMSAD, UAM–IV, ЭКОЛОГ, ПРИЗМА, VITECON), предназначенная для моделирования процесса распространения загрязняющих веществ, взаимодействия гидробионтов, преимущественно ориентирована на однопроцессорные вычислительные системы, представленные, в основном, персональными компьютерами. В таких системах масштабируются на параллельные системы только единичные составляющие модули этих систем (например, ECOSIM и MAQSIP). На практике в систему уравнений Навье-Стокса и неразрывности добавляется малое слагаемое, пропорциональное второй производной по времени от функции плотности. Данный подход позволяет сгладить нефизические флуктуации плотности массы, импульса и полной энергии, переносимые по пространственной сетке быстрее скорости звука.

Материалы и методы. Успешность разработки математической модели гидрофизических и гидробиологических процессов зависит от наличия и проработанности тестовых примеров и задач для изучения устойчиво наблюдаемых в морях явлений, таких как вертикальное перемешивание и перераспределение солёности и кислорода, галоклин и теромоклин. Для изучения этих явлений в работе используется модель гидродинамики, учитывающая баланс массовых сил и трансграничных потоков [1, 2]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\nabla, \rho v) = \sigma ,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v, \nabla) v = -\frac{1}{\rho}\nabla p + b ,$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{k+\varepsilon}{\rho}\right) = div(Tv) + (v, \rho b) + (\nabla, h) + \rho q ,$$

где ρv — плотность потока, $\partial k / \partial t$ — скорость изменения плотности кинетической энергии, $\partial\varepsilon / \partial t$ — скорость изменения плотности внутренней энергии, T — тензор напряжений $Tn = -pn$, b — массовая сила, $h = h(t, x)$ — плотность потока тепла, q — удельный приток тепла за счёт излучения. Из-за того, что эти явления обычно описываются вертикальным распределением параметров по глубине, то целесообразно получить упрощённую модель, допускающую оперативную идентификацию ненаблюдаемых параметров. Выделим цилиндрическую область V с основаниями на дне и поверхности воды площадью поперечного сечения S. Спроецируем скорости, потоки и силы на вертикальное направление в предположении, что частные производные по *x*, *y* от параметров на горизонтальное направление равны 0 за пределами цилиндра, т.е. предположим горизонтальную однородность параметров водной среды. Запишем систему (1) в консервативной форме так, чтобы она позволила определить плотность массы (ρ), механический импульс ($\rho\boldsymbol{v}$) и плотность полной энергии ($\rho(k+\varepsilon)$), $k = v^2/2$. В цилиндре выделим бесконечно малый объём и предположим, что на каждый такой объём, составляющий V, действуют: сила реакции опоры (дна водоёма), равная гидростатическому давлению, и сила, аналогичная силе трения, вызываемая вязкостью жидкости и переносом импульса, не равная нулю при вертикальных движениях жидкости.

Если пренебрегать горизонтальными перемещениями жидкости и предположить, что существенны только вертикальные движения, и тот факт, что плотность водной среды существенно зависит от солёности, принять изложенные ранее упрощения и соглашения, то уравнения гидромеханики [1–3] в компактной форме представимы системой дифференциальных уравнений в частных производных [2]:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0, \\
\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + F/S, F = -\rho g S - \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial x}\right), p = f(\rho, T) \\
\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho(\varepsilon + v^2/2)\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[v\left(\rho(\varepsilon + v^2/2)\right)\right] = -\frac{\partial(pv)}{\partial x} + \frac{Fv}{S} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) - k(T - T_{env}), T = f(\varepsilon) = \varepsilon / c_v \qquad (1) \\
\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial(vs)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial s}{\partial x}\right),
\end{gathered}$$

где $p = f(\rho, T, s)$, $\varepsilon = f(\rho, v, T)$ — эмпирическое уравнение состояния морской воды и уравнение, замыкающее систему по внутренней энергии соответственно; p — полное гидродинамическое давление; ρ — локальная плотность водной среды; v — проекция вектор-функции скорости на вертикаль (ось z направлена вверх от дна к поверхности); ε — объемная плотность внутренней энергии; p — давление газа, заключённого в элементарном объеме между соседними слоями; F — объемная плотность обобщённой силы (суммы сил), приложенных к элементарным объёмам жидкости, помимо давления; $s \equiv s(x, t)$ — концентрация соли; S — площадь поперечного сечения цилиндрической выделенной области, в которой предполагается наиболее интенсивное протекание процесса апвеллинга и транспорта соли; T — абсолютная температура воды; T_{env} — температура воды внешней по отношению к выделенному объёму; k — теплопроводность воды; $g = 9{,}8\,м/с^2$ — ускорение силы тяжести; μ — коэффициент, характеризующий интенсивность переноса импульса из-за вязкости.

Граничные условия, характеризующие свойство непротекания жидкости через породу, составляющую дно водного объекта, для системы (1) могут быть записаны в виде равенств:

$$(v, \mathrm{n}) = 0, \frac{\partial p}{\partial \mathrm{n}} = 0, \frac{\partial T}{\partial \mathrm{n}} = 0, \frac{\partial s}{\partial \mathrm{n}} = 0. \qquad (2)$$

Где n — вектор нормали, направленный внутрь расчётной области.

Международный стандарт уравнения состояния морской воды [10] определяет плотность ρ морской воды как функцию солености s, температуры T и гидростатического давления p, которая имеет вид:

http://vestnik-donstu.ru

$$\rho(s,T,p) = \frac{\rho(s,T,0)}{1 - p / K(s,T,p)}, \qquad (3)$$

где K(s, T, p) — средний модуль упругости; цифра 0 соответствует одной стандартной атмосфере (101 325 Па).

При численном моделировании на основе (1) – (3), также востребованной как (3), установим алгебраическую связь давления с плотностью, температурой и солёностью. Квадратное уравнение имеет два корня:

$$p_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{D} + (1-A)\cdot\rho(s,T,p) + A\cdot p_0(s,T,p)}{D_N}, \qquad (4)$$

$$D_N = 2B\cdot\left(\rho(s,T,p) - \rho_0(s,T,p)\right)$$

$$D = (-4BK_0(s,T,p) + A^2 - 2A + 1)\cdot\rho(s,T,p)^2 + (8B\cdot K_0(s,T,p) - 2A^2 + 2A)\cdot p_0(s,T,p)\cdot$$
$$\cdot\rho(s,T,p) + (A^2 - 4B\cdot K_0(s,T,p))\cdot p_0(s,T,p)^2, \qquad (5)$$

где A, B, $p_0(s,T,p)$, $K_0(s,T,p)$ — переменные параметры, связь которых с температурой, солёностью и плотностью определена стандартной моделью морской воды; $\rho(s,T,p) = \rho$, где T — температура воды в градусах Цельсия. Скорость звука в солёной воде может быть выражена формулой: $c(s,T,p) = \sqrt{\partial p / \partial \rho}$.

Предположим, что импульс, солёность и теплота объёма воды, ограниченного цилиндрической поверхностью, меняются только при изменении параметров на границе области (граничные условия Дирихле), в частности, изменении солёности на поверхности воды. Поведение механических параметров — плотности, импульса — задано условиями Неймана и внешнему воздействию недоступно. Независимо от этих допущений, внутри границы водной среды система уравнений (1) может быть записана в векторной форме модели переноса-реакции с источниковой добавкой [11, 5]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = T, \qquad (6)$$

где $T = \left(0 \quad F/S + \tau\chi \quad Fv/S + k\,\partial^2 T/\partial x^2 - k\left(T - T_{env}\right)\right)^{\tau}$ — вектор, характеризующий взаимодействие потока с окружающей его жидкостью и планетой; $q = \left(q\ \rho v\ E\right)^{\tau}$ — вектор консервативных переменных состояния; $f = \left(\rho v\ \ p + \rho v^2\ \ v\left(E + p\right)\right)^{\tau}$ — вектор потоков, выполняющих роль обратной связи и замыкающих уравнение баланса. Из компонент вектора f можно вынести общий множитель $f = v\cdot q$.

На практике для решения уравнения переноса вида (6) хорошо себя зарекомендовала разностная схема, оператор послойного перехода которой получается линейным комбинированием аналогичных операторов перехода схем «кабаре» и «крест» [12–15]. Учет связи потоков массы и изменения плотности оказался более эффективным по регуляризованной по Б. Н Четверушкину квазигидродинамичекой системе, аппроксимированной по схеме ВВЦП (разности со сдвигом вперёд и центральные по пространству).

Дискретизацию модели сплошной среды будем проводить интегро-интерполяционным методом на равномерной сетке $S = S_1 \times S_2$ $S_1 = \left\{x_i = ih, i = 0 \div n, n\cdot h = L\right\}$, $S_2 = \left\{t^j = j\tau, j = 0 \div m, m\cdot\tau = T\right\}$, где h — шаг сетки по вертикали, i — индекс узла (контрольного/конечного объёма в терминах метода Годунова) при нумерации по пространству, τ — шаг сетки по времени, j — номер временного слоя. Опишем конечно-разностную аппроксимацию модели (1). Разностные схемы, используемые для аппроксимации уравнений баланса первого порядка, дают сравнительно приемлемые результаты лишь при очень малом шаге сетки [3], что приводит к активному потреблению ресурсов вычислительных устройств и разработчиков, создающих алгоритмы и программы.

Проблема постановки граничных условий и их согласованного задания при знакопеременной скорости решалась методом заполненности контрольных ячеек [7]. Учет максимальной заполненности и выражение её функциональной зависимостью от номера узла позволяет повысить точность аппроксимации граничных условий.

Работа по теоретическому и экспериментальному подбору методов и схем аппроксимации привела к выбору методов расщепления [13] и регуляризации. Уравнения неразрывности регуляризируется по Б.Н. Четверушкину. Данное уравнение подвергается разностной аппроксимации по схеме ВВЦП. Уравнения баланса (переноса) импульса, солёности и полной энергии заменяются явными уравнениями, полученными линейным комбинированием различных аппроксимаций оператора переноса («чехарда» и «кабаре») [12, 15]. В соответствии с методом расщепления, перенос импульса (и скорости), солёности, полной энергии

аппроксимирован на дробном шаге. Изменение скорости движения воды, определяющей интенсивность переноса массы вещества, вводится на втором дробном шаге решением волнового уравнения. Обозначим $\rho \equiv \rho_n$, $\tilde{\rho} = \rho^{n+\sigma}$, $\hat{\rho} = \rho^{n+1}$, $v \equiv v_n$, $\tilde{v} = v^{n+\sigma}$, $\hat{v} = v^{n+1}$, $0 < \sigma \le 1$. В расщеплённом виде [16], после введения в уравнение неразрывности регуляризатора и полудискретизации на сетке S_2, аппроксимации частной производной по времени схемой «разности вперёд по времени», первые два уравнения системы (1) могут быть записаны в виде:

$$\frac{\tilde{\rho}\tilde{v} - \rho v}{\tau} + v \cdot (\rho v)'_x = -\rho g S(x) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right), \quad (7)$$

$$\frac{1}{\tau}\left(\frac{\hat{\rho}_i - \rho_i}{\tau} + (\tilde{\rho}\tilde{v})'_x\right) = p''_{xx} - \left(\frac{P_i^{n+1} - 2P_i^n + P_i^{n-1}}{c^2\tau^2}\right), p = f(\rho, T), c \equiv c(s, T, p), \quad (8)$$

$$\frac{\hat{\rho}\hat{v} - \tilde{\rho}\tilde{v}}{\tau} = -p'_x. \quad (9)$$

Уравнения (7) и (9) представляют собой дискретный аналог модели переноса и изменения импульса — второе уравнение системы (1). Уравнение (8) прогнозирует изменение поля давления при учёте неразрывности потока и информации о межузловых (межъячеечных) и граничных потоках. При допущении постоянности по времени на каждом шаге скорости звука уравнение (8) может аппроксимироваться неявной разностной схемой по времени и решаться прогонкой. Именно это направление в численном моделировании и было выбрано для исследования.

Уравнение (7) и четвёртое уравнение (1) аппроксимируем на эквидистантной сетке явной разностной схемой [13]. Слагаемые (8), определяющие волновые свойства при распространении импульса (правая часть уравнения), аппроксимируем центральными разностями по пространству:

$$\frac{k_{0,i}}{\mathrm{c}^2}\frac{p_\mathrm{i}^{\mathrm{n+1}} - 2p_\mathrm{i}^\mathrm{n} + p_\mathrm{i}^{\mathrm{n-1}}}{\tau^2} - \left(k_{1,\mathrm{i}}\frac{p_{\mathrm{i+1}}^{\mathrm{n+1}} - p_\mathrm{i}^{\mathrm{n+1}}}{\mathrm{h}^2} - k_{2,\mathrm{i}}\frac{p_\mathrm{i}^{\mathrm{n+1}} - p_{\mathrm{i-1}}^{\mathrm{n+1}}}{\mathrm{h}^2}\right), \quad (10)$$

где k_1 — заполненность ячейки, находящейся справа от узла с индексом i; k_2 — заполненность ячейки, находящейся слева от узла с индексом i; k_0 — степень заполненности контрольной области $x_{i-1/2} \le x \le x_{i+1/2}$, находящейся в окрестности узла с индексом i (k_0, k_1, k_2 — переменные величины, зависящие от индекса i) [7].

Оставшиеся два слагаемых (8) определяют связь скорости изменения плотности с её потоком. В (8) входит отношение скорости изменения плотности к отрезку времени τ, выражаемой разностью со сдвигом вперёд:

$$k_{0,\mathrm{i}}\frac{\rho_i^{\mathrm{n+1}} - \rho_i^n}{\tau^2},$$

поток массы переносится в правую часть (8) и аппроксимируется центральными разностями:

$$k_{0,i}\frac{1}{\tau}\frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{u})}{\partial x}\bigg|_{x=x_i} \approx k_{1,\mathrm{i}}\frac{((\rho \mathrm{u})_{\mathrm{i+1/2}} - (\rho \mathrm{u})_\mathrm{i})}{\mathrm{h}\cdot\tau} + k_{2,\mathrm{i}}\frac{((\rho \mathrm{u})_\mathrm{i} - (\rho \mathrm{u})_{\mathrm{i-1/2}})}{\mathrm{h}\cdot\tau} \quad (11)$$

где k_0, k_1, k_2 — степень заполненности областей, находящихся в окрестности ячеек с номером i [7]; k_0 характеризует заполненность области $[x_{i-1}, x_{i+1}]$; k_1 — $[x_i, x_{i+1}]$, k_2 — $[x_{i-1}, x_i]$.

Уравнения баланса механического импульса и давления (9) аппроксимируем ВВЦП:

$$k_{0,i}\frac{\rho \mathrm{u}_\mathrm{i}^{\mathrm{n+1}} - \rho \mathrm{u}_\mathrm{i}^{\mathrm{n+1/2}}}{\tau} = -\left(k_{1,\mathrm{i}}\frac{p_{\mathrm{i+1}}^{\mathrm{n+1}} - p_\mathrm{i}^{\mathrm{n+1}}}{2\mathrm{h}} + k_{2,\mathrm{i}}\frac{p_\mathrm{i}^{\mathrm{n+1}} - p_{\mathrm{i-1}}^{\mathrm{n+1}}}{2\mathrm{h}}\right). \quad (12)$$

Представим задачу разрешения разностной аппроксимации уравнения (8) в форме задачи матричной прогонки с переменным во времени вектором в правой части $Ax = F$:

$$A_i x_{i-1} + C_i x_i + B_i x_{i+1} = F_i.$$

Аппроксимация уравнения (8), определённая на трёхточечным разностном шаблоне, в форме линейной системы уравнений $Ap^{n+1} = f(p^n, p^{n-1}, (\tilde{\rho}\tilde{v})'_x)$, разрешаемой относительно давления (р), имеет вид:

http://vestnik-donstu.ru

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2c^2\tau^2}+\frac{1}{h^2} & -\frac{1}{h^2} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ -\frac{1}{h^2} & \frac{1}{c^2\tau^2}+\frac{2}{h^2} & -\frac{1}{h^2} & & & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & & 0 \\ 0 & & -\frac{1}{h^2} & \frac{1}{c^2\tau^2}+\frac{2}{h^2} & -\frac{1}{h^2} & & \vdots \\ 0 & & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & & & 0 & -\frac{1}{h^2} & \frac{1}{c^2\tau^2}+\frac{2}{h^2} & -\frac{1}{h^2} \\ 0 & & & \cdots & \cdots & -\frac{1}{h^2} & \frac{1}{2c^2\tau^2}+\frac{1}{h^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_0^{n+1} \\ \vdots \\ p_{i-1}^{n+1} \\ p_i^{n+1} \\ p_{i+1}^{n+1} \\ \vdots \\ p_N^{n+1} \end{pmatrix} = \qquad (13)$$

$$=\left(\frac{1}{2c^2\tau^2}\cdot\left(2p_0^n-p_0^{n-1}\right)\ \cdots\ \cdots\ \frac{1}{c^2\tau^2}\cdot\left(2p_i^n-p_i^{n-1}\right)\ \cdots\ \cdots\ \frac{1}{2c^2\tau^2}\cdot\left(2p_N^n-p_N^{n-1}\right)\right)^\tau +$$

$$+\frac{1}{\tau}\left(\left(\hat\rho_0-\rho_0\right)/2\ \cdots\ \cdots\ \hat\rho_i-\rho_i\ \cdots\ \cdots\ \left(\hat\rho_N-\rho_N\right)/2\right)^\tau +$$

$$+\frac{1}{2\tau h}\left(\left(\tilde\rho\tilde v\right)_1\ \cdots\ \cdots\ \left(\tilde\rho\tilde v\right)_{i+1}-\left(\tilde\rho\tilde v\right)_{i-1}\ \cdots\ \cdots\ -\left(\tilde\rho\tilde v\right)_{N-1}\right)^\tau.$$

Подобная ленточная матрица получается в ходе аналогичной аппроксимации двух других слагаемых (8).

В модели могут быть учтены динамические изменения потока на границах и других параметров, таких как температура, солёность, кислородосодержание. Поэтому моделирование движения воды нужно выполнять в цикле по времени послойно с удержанием оперативной информации о параметрах как минимум на двух соседних по времени слоях решения сеточного уравнения. Алгоритм вычисления гидродинамических параметров на двухиндексной сетке по пространству и времени включает в себя:

– построение прогноза изменения импульса по первому уравнению (7);

– приближённое вычисление функции пространственного распределения давления как функции плотности и температуры с предыдущего временного слоя;

– оценку изменения плотности по второму уравнению (8);

– вычисление градиента давления по новым значениям плотности и температуры, корректировка распределения импульса по третьему уравнению (9);

– нахождение нового распределения полной энергии и температуры по аппроксимированному третьему уравнению системы (1).

При алгоритмизации метода решения системы расщеплённых уравнений введены:

– двоично-числовые маски, предопределяющие переключение шаблона разностной схемы с изменением знака скорости;

– переменные сдвиги индексов соседних узлов, позволяющие записать решение уравнения (12) для граничных и внутренних узлов единой системой вычислительных операций.

Такие переменные сдвиги индексов используются при вычислениях аппроксимаций градиентов как в объёме модели сплошной среды, так и на границах со вторым порядком точности по дискретным аналогам уравнений (7)–(9), аппроксимированных по ВВЦП и по линейной комбинации схем «чехарда» и «кабаре» (CABARET) [12–14]:

$$\begin{aligned} &\frac{q_i^{n+1}-q_i^n}{\tau}+\frac{4}{3}\left(\frac{q_{i-1}^n-q_{i-1}^{n-1}}{2\tau}+v_i^n\frac{q_i^n-q_{i-1}^n}{h}\right)+\frac{q_i^n-q_i^{n-1}}{3\tau}+v_i^n\frac{q_{i+1}^n+q_{i-1}^n}{3h}=0, v_i^n\ge 0,\\ &\frac{q_i^{n+1}-q_i^n}{\tau}+\frac{4}{3}\left(\frac{q_{i+1}^n-q_{i+1}^{n-1}}{2\tau}+v_i^n\frac{q_{i+1}^n-q_i^n}{h}\right)+\frac{q_i^n-q_i^{n-1}}{3\tau}+v_i^n\frac{q_{i+1}^n-q_{i-1}^n}{3h}=0, v_i^n< 0,\end{aligned} \qquad (14)$$

где характеристика q для переноса соли ($q\equiv s$) и импульса $q\equiv\rho u$.

Параметр m представляет собой «переключатель» потока при изменении знака скорости в разностных аппроксимациях градиентов давления и потока массы:

$$\bar m = 1-m\ ,\ m=\begin{cases}0, & v<0,\\ 1, & v\ge 0.\end{cases}$$

При использовании такого переключателя аппроксимация градиента при решении задачи переноса для импульса и солёности может быть записана формулой:

$$\left.\frac{\partial q}{\partial x}\right|_{x=x_i}\approx\frac{2}{3}\left(m\frac{q_i-q_{i-1}}{h}+\bar m\frac{q_{i+1}-q_i}{h}\right)+\frac{1}{3}\frac{q_{i+1}-q_{i-1}}{2h}\ . \qquad (15)$$

Применение метода заполненности ячеек позволяет корректно аппроксимировать граничные условия при размещении параметров состояния воды в памяти компьютера массивом числовых значений, а переменные сдвиги индексов позволяют уменьшить объём символьной записи подпрограммы выполнения послойного итерационного изменения переменных состояния, отнесённых к узлам разностной схемы [17].

Матричное уравнение с ленточной трёхдиагональной матрицей A (13) решается прогонкой [18]. Для начальной верификации программной реализации использовалась упрощённая модель состояния солёной воды в виде уравнения П. С. Линейкина.

Результаты исследования. Моделирование выполнялось на основе программного комплекса, написанного на языке Matlab. Отладка проводилась с использованием интерпретатора GNU Octave. Эксплуатация также предполагает наличие библиотек этой системы. Программный комплекс состоит из 16-ти функциональных модулей. Выбор этого интерпретатора и соответствующего языка обусловлен возможностью записать и проверить программу, оперирующую с массивом переменных состояния, являющегося проекцией искомых функций $\rho(x,t)$, $v(x,t)$, $\varepsilon(x,t)$ на пространственную сетку. На этом этапе исследования авторы абстрагировались от специфики выполнения поэлементных операций над массивами действительных чисел.

Программная система состоит из взаимосвязанных подпрограмм:

– выполнение одного шага по уравнению переноса по формулам (10);

– расчет плотности морской воды (unesco_urs);

– расчет давления морской воды, находящейся в поле силы тяжести, при заданной температуре, солёности и плотности по эмпирическим уравнениям состояния (rhoTS2P);

– вычисление скорости звука в зависимости от температуры, солености и давления по стандарту и уточнённой формуле «ЮНЕСКО» (speed_of_sound);

– оценка величины силы вязкости жидкости при движении её объёмов под действием сил давления во всех точках пространственной стеки (ForceOfFriction);

– циклическое варьирование переменных состояния и времени при вертикальном движении солёной воды (aqua_process);

– начальная установка константных величин, характеризующих жидкость, начальные и граничные условия её глобального гидрофизического равновесия (start, set_parameters);

– формирование ленточной матрицы, аппроксимирующей уравнение, содержащее давление (func5);

– решение матричного уравнения методом прогонки (run_sweep_shuttle);

– преобразование температура ↔ полная энергия (TFromE, EFromT);

– расчет баланса полной энергии (TotalPower);

– решение задачи диффузии-конвекции-реакции, в том числе при аппроксимации комбинации разностных схем «чехарда» и «кабаре» (ADR_solver);

– оценка величин градиентов и производных по времени по центральным и направленным разностям с учётом изменения знака скорости и шаблона разностной схемы (diff123).

Построенная модель использована в тестовом запуске для оценки изменения плотности при повышении солёности поверхности водной среды на 1‰ на 30-й секунде от начала моделирования и максимальной глубине 1 км. Переходные процессы по плотности во множестве отстоящих друг от друга сечений (функция $\rho(t,x)\big|_{x\in S_1}$), вызванных мгновенным изменением концентрации соли, конечны во времени (рис. 1), а фронт импульса плотности сильно ослабляется при движении в пространстве.

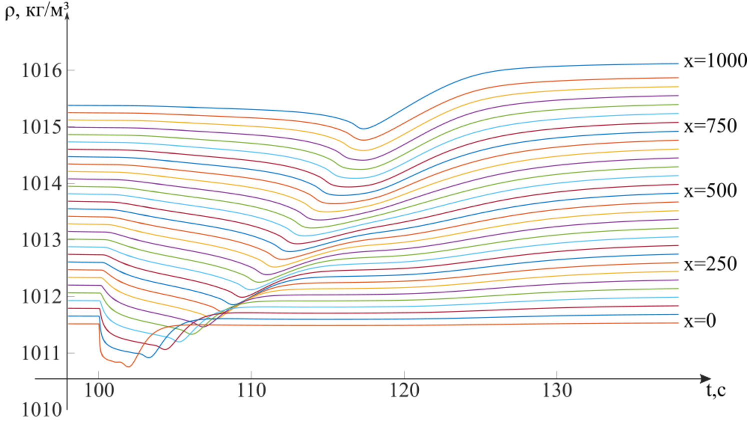


Рис. 1. График зависимости плотности от времени при резком изменении солёности на поверхности воды

http://vestnik-donstu.ru

Обсуждение и заключение. Представленная пространственно-распределённая модель пока не позволяет прогнозировать устойчивое перераспределение плотности и изменение градиента солёности при численных расчетах, потому что в ней не учтена плавучесть менее солёной воды и её изменение при осолонении верхних слоёв. Математическое и программное обеспечение, значительно упрощающее моделирование процессов, приводящих к наблюдаемым эффектам галоклина, хемоклина и пикоклина, проверено и отлажено на множестве тестовых задач (транспорт импульса, соли, распространение волны давления). Для высокоточного моделирования наблюдаемых физико-химических явлений в морях понадобится решать дополнительные задачи идентификации параметров модели, взяв в качестве исходной информации данные наблюдений и дистанционного зондирования Земли.

Список литературы

1. Михайлов В.Н., Добровольский А.Д., Добролюбов С.А. *Гидрология*. 2-е изд., испр. Москва: Высшая школа, 2007. 464 с. URL: https://www.geokniga.org/bookfiles/geokniga-mihaylov-vn-dobrovolskiy-ad-gidrologiya-2007.pdf (дата обращения: 01.04.2023).

2. Ильичев В.Г. *Устойчивость, адаптация и управление в экологических системах.* Монография. Москва: Физматлит; 2008. 231 с. URL: https://www.evolbiol.ru/docs/docs/large_files/ilyichev.pdf (дата обращения: 01.04.2023).

3. Богданов Н.И. *Биологическая реабилитация водоемов.* Пенза: РИО ПГСХА; 2008. 126 с. URL: https://microalgae.ru/f/bogdanov_na_biologicheskaya_reabilitaciya_vodoemov_2008.pdf (дата обращения: 01.04.2023).

4. Судольский А.С. *Динамические явления в водоемах.* Ленинград: Гидрометиоиздат; 1991. 260 с. URL: http://elib.rshu.ru/files_books/pdf/img-217140610.pdf (дата обращения: 01.04.2023).

5. Геворкьян В.Х. Литологические аспекты учения В. И. Вернадского о биосфере. *Геология и полезные ископаемые Мирового океана.* 2010;3(21):37–56. URL: https://core.ac.uk/download/38371310.pdf (дата обращения: 01.04.2023).

6. Il'ichev V.G., Rokhlin D.B. Internal Prices and Optimal Exploitation of Natural Resources. *Mathematics*. 2022;10(11):1860. https://doi.org/10.3390/math10111860

7. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Belova Yu.V., et al. Supercomputer Modeling of Hydrochemical Condition of Shallow Waters in Summer Taking into Account the Influence of the Environment. *Communications in Computer and Information Science*. 2018;910:336–351. https://doi.org/10.1007/978-3-319-99673-8_24

8. Nikitina A.V., Kravchenko L., Semenov I.S., et al. Modeling of Production and Destruction Processes in Coastal Systems on a Supercomputer. *MATEC Web of Conference*. 2018;226:04025. https://doi.org/10.1051/matecconf/201822604025

9. Iakovlev N.G., Volodin E.M., Gritsun A.S. Simulation of the Spatiotemporal Variability of the World Ocean Sea Surface Height by the INM Climate Models. *Atmospheric and Oceanic Physics*. 2016;52(4):376–385. https://doi.org/10.1134/S0001433816040125

10. Mcdougall T.J., Millero F.J., Feistel R., et al. *The International Thermodynamic Equation of Seawater - 2010: Calculation and Use of Thermodynamic Properties*. Paris: UNESCO; 2010. 196 p.

11. Кудинов Н.В., Нейдорф Р.А., Журавлёв Л.А., и др. Использование пакета Simulink для опорно-параметрического моделирования переходных процессов на участке магистрального газопровода. *Вестник Донского государственного технического университета.* 2012;12(1–2):60–66. URL: https://www.vestnik-donstu.ru/jour/article/view/498 (дата обращения: 02.02.2023).

12. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А. Разностная схема для решения задач гидродинамики при больших сеточных числах Пекле. *Компьютерные исследования и моделирование.* 2019;11(5):833–848. https://doi.org/10.20537/2076-7633-2019-11-5-833-848

13. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А., и др. Линейная комбинация схем «кабаре» и «крест» с весовыми коэффициентами, полученными из условия минимизации порядка погрешности аппроксимации. *Чебышевский сборник.* 2020;21(4):243–256. https://doi.org/10.22405/2226-8383-2020-21-4-243-256

14. Сухинов А.И., Белова Ю.В., Чистяков А. Е. Моделирование биогеохимических циклов в прибрежных системах Юга России. *Математическое моделирование.* 2021;33(3):20–38. https://doi.org/10.20948/mm-2021-03-02

15. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А. О разностных схемах кабаре и крест. *Вычислительные методы и программирование.* 2019;20:170–181. https://doi.org/10.26089/NumMet.v20r216

16. Гущин В.А. Разработка и применение метода расщепления по физическим факторам для исследования течений несжимаемой жидкости. *Компьютерные исследования и моделирование.* 2022;14(4):715–739. https://doi.org/10.20537/2076-7633-2022-14-4-715-739

17. Кудинов Н.В., Никитина А.В. *Компьютерные модели осесимметричного движения газа по каналам для решения технических и естественно-научных задач*. В: Интеллектуальные информационные технологии и

математическое моделирование: Труды Международной научной конференции Интеллектуальные информационные технологии и математическое моделирование (ИИТ&ММ-2022). Дивноморское, Краснодарский край; Донской государственный технический университет ДГТУ; 2022. С. 93–100.

18. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Nikitina A.V., et al. A Method of Solving Grid Equations for Hydrodynamic Problems in Flat Areas. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2023;35(3):35–58. https://doi.org/10.20948/mm-2023-03-03

References

1. Mikhailov VN, Dobrovolskii AD, Dobrolyubov SA. *Gidrologiya*, 2nd ed. Moscow: Vysshaya shkola; 2007. 464 p. URL: https://www.geokniga.org/bookfiles/geokniga-mihaylov-vn-dobrovolskiy-ad-gidrologiya-2007.pdf (accessed: 01.04.2023) (In Russ.)

2. Il'ichev VG. *Ustoichivost', adaptatsiya i upravlenie v ehkologicheskikh sistemakh*. Monograph. Moscow: Fizmatlit; 2008. 231 p. URL: https://www.evolbiol.ru/docs/docs/large_files/ilyichev.pdf (accessed: 01.04.2023) (In Russ.)

3. Bogdanov NI. *Biologicheskaya reabilitatsiya vodoemov*. Penza: RIO PGSKHA; 2008. 126 p. URL: https://microalgae.ru/f/bogdanov_na_biologicheskaya_reabilitaciya_vodoemov_2008.pdf (accessed: 01.04.2023) (In Russ.).

4. Sudolskii AS. *Dinamicheskie yavleniya v vodoemakh*. Leningrad: Gidrometioizdat; 1991. 260 p. URL: http://elib.rshu.ru/files_books/pdf/img-217140610.pdf (accessed: 01.04.2023) (In Russ.)

5. Gevorkyan VKh. Litologicheskie aspekty ucheniya V. I. Vernadskogo o biosfere. *Geology and Mineral Resources of World Ocean*. 2010;21(3):37–56. URL: https://core.ac.uk/download/38371310.pdf (accessed: 01.04.2023).

6. Il'ichev VG, Rokhlin DB. Internal Prices and Optimal Exploitation of Natural Resources. *Mathematics*. 2022;10(11):1860. https://doi.org/10.3390/math10111860

7. Sukhinov AI., Chistyakov AE., Belova YuV., et al. Supercomputer Modeling of Hydrochemical Condition of Shallow Waters in Summer Taking into Account the Influence of the Environment. *Communications in Computer and Information Science*. 2018;910:336–351. https://doi.org/10.1007/978-3-319-99673-8_24

8. Nikitina AV, Kravchenko L, Semenov IS, et al. Modeling of Production and Destruction Processes in Coastal Systems on a Supercomputer. *MATEC Web of Conference*. 2018;226(2):04025. https://doi.org/10.1051/matecconf/201822604025

9. Iakovlev NG, Volodin EM, Gritsun AS. Simulation of the Spatiotemporal Variability of the World Ocean Sea Surface Height by the INM Climate Models. *Atmospheric and Oceanic Physics*. 2016;52(4):376–385. https://doi.org/10.1134/S0001433816040125

10. Mcdougall TJ, Millero FJ, Feistel R, et al. *The International Thermodynamic Equation of Seawater - 2010: Calculation and Use of Thermodynamic Properties*. Paris: UNESCO; 2010. 196 p.

11. Kudinov NV, Neydorf RA, Zhuravlev LA, et al. Using Simulink Package for Transient Support-Parametric Simulation in Gas Pipeline Section. *Vestnik of DSTU*. 2012;12(1-2):60–66. URL: https://www.vestnik-donstu.ru/jour/article/view/498 (accessed: 02.02.2023).

12. Sukhinov AI, Chistyakov AE, Protsenko EA. Difference Scheme for Solving Problems of Hydrodynamics for Large Grid Peclet Numbers. *Computer Research and Modeling*. 2019;11(5):833–848. https://doi.org/10.20537/2076-7633-2019-11-5-833-848

13. Sukhinov AI, Chistyakov AE, Protsenko EA, et al. Linear Combination of Upwind and Standard Leapfrog Difference Schemes with Weight Coefficients Obtained by Minimizing the Approximation Error. *Chebyshevskii Sbornik*. 2020;21(4):243–256. https://doi.org/10.22405/2226-8383-2020-21-4-243-256

14. Sukhinov AI, Belova YuV, Chistyakov AE. Mathematical Modeling of Biogeochemical Cycles in Coastal Systems of the South Russia. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2021;13(6):930-942. https://doi.org/10.20948/mm-2021-03-02

15. Sukhinov AI, Chistyakov AE, Protsenko EA. Upwind and Standard Leapfrog Difference Schemes. *Numerical Methods and Programming*. 2019;20(2):170–181. https://doi.org/10.26089/NumMet.v20r216

16. Gushchin VA. Development and Application of the Method of Splitting by Physical Factors for the Study of the Incompressible Fluid Flows. *Computer Research and Modeling*. 2022;14(4):715–739. https://doi.org/10.20537/2076-7633-2022-14-4-715-739

17. Kudinov NV, Nikitina AV. *Komp'yuternye modeli osesimmetrichnogo dvizheniya gaza po kanalam dlya resheniya tekhnicheskikh i estestvenno-nauchnykh zadach*. In: Proc. Int. Conf. "Intellektual'nye informatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie (IIT&MM-2022)". Don State Technical University; 2022. P. 93–100. (In Russ.).

18. Sukhinov AI, Chistyakov AE, Nikitina AV, et al. A Method of Solving Grid Equations for Hydrodynamic Problems in Flat Areas. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2023;35(3):35–58. https://doi.org/10.20948/mm-2023-03-03

Поступила в редакцию 03.04.2023
Поступила после рецензирования 24.04.2023
Принята к публикации 25.04.2023

Об авторах:

Никита Валерьевич Кудинов, кандидат технических наук, доцент кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ScopusID, ResearcherID, ORCID, AuthorID, kudinov_nikita@mail.ru

Алёна Александровна Филина, кандидат технических наук, научный сотрудник отдела системного программного обеспечения, ООО «НИЦ супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров» (347900, РФ, Таганрог, пер. Итальянский, 106), ScopusID, ORCID, AuthorID, j.a.s.s.y@mail.ru

Алла Валерьевна Никитина, доктор технических наук, профессор кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем Донского государственного технического университета, научный сотрудник, ООО «НИЦ супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров» (347900, РФ, Ростовская область, Таганрог, пер. Итальянский, 106), ScopusID, ORCID, AuthorID, nikitina.vm@gmail.com

Ирина Федоровна Развеева, старший преподаватель кафедры математики и информатики Донского государственного технического университета (344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), AuthorID, razveevai@mail.ru

Денис Вадимович Бондаренко, магистрант кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем Донского государственного технического университета (344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), AuthorID, denis.bondarenko.dev@gmail.com

Заявленный вклад соавторов:

Н.В. Кудинов — дополнение метода контрольных ячеек алгоритмической моделью масок и индексов; программная реализация решения гидродинамических уравнений: алгоритм обновления значений в виртуальных ячейках, структуры данных для хранения гидродинамических полей на основе N-размерных массивов; комплексирование программных модулей.

А.А. Филина — формализация взаимосвязи биоэкологических и физико-химических процессов в водоёмах регионального значения; тестирование программной реализации алгоритма матричной прогонки, выбор способа пространственно-временной аппроксимации уравнений неразрывности и Навье-Стокса.

А.В. Никитина — предварительное научное редактирование, научное консультирование рабочей группы.

И.Ф. Развеева — анализ гидрофизических свойств солёной воды по данным натурных наблюдений, опубликованных в сети Интернет; корректировка текста статьи.

Д.В. Бондаренко — изучение, сравнение, выбор уравнений состояний воды; реализация алгоритма, визуализирующего зависимости скорости звука от плотности и солёности водной среды; тестирование программной реализации компьютерной модели солёной воды; корректировка текста статьи.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Received 03.04.2023
Revised 24.04.2023
Accepted 25.04.2023

About the Authors:

Nikita V. Kudinov, Cand.Sci. (Eng.), Associated Professor of the Computer and Automated Systems Software Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), ScopusID, ResearcherID, ORCID, AuthorID, kudinov_nikita@mail.ru

Alena A. Filina, Cand.Sci. (Eng.), Researcher of the System Software Department, “Supercomputers and Neurocomputers Research Center” Co Ltd (106, Italyansky lane, Taganrog, Rostov Region, 347900, RF), ScopusID, ORCID, AuthorID, j.a.s.s.y@mail.ru

Alla V. Nikitina, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Computer and Automated Systems Software Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), researcher, "Supercomputers and Neurocomputers Research Center" Co Ltd (106, Italyansky lane, Taganrog, Rostov Region, 347900, RF), ScopusID, ORCID, AuthorID, nikitina.vm@gmail.com.

Irina F. Razveeva, Senior Lecturer of the Mathematics and Informatics Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), AuthorID, razveevai@mail.ru

Denis V. Bondarenko, Graduate Student of the Computer and Automated Systems Software Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), AuthorID, denis.bondarenko.dev@gmail.com

Claimed contributorship:

NV Kudinov: supplementing the control cell method with an algorithmic model of masks and indices; software implementation of the solution to hydrodynamic equations: an algorithm for updating values in virtual cells, data structures for storing hydrodynamic fields based on N-dimensional arrays; integration of software modules.

AA Filina: formalization of the relationship between bioecological and physicochemical processes in reservoirs of regional significance; testing the software implementation of the matrix sweep algorithm; selecting a method for spatiotemporal approximation of the continuity and Navier-Stokes equations.

AV Nikitina: preliminary scientific editing; scientific consulting of the working group.

IF Razveeva: analysis of hydrophysical properties of salt water according to field observations published on the Internet; correction of the text of the article.

DV Bondarenko: investigation, comparison, selection of equations of water states; implementation of an algorithm visualizing the dependence of the speed of sound on the density and salinity of the aquatic environment; testing of the software implementation of a computer model of salt water; correction of the text of the article.

Conflict of interest statement: the authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.